

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

С.В.Пустынников, А.Г.Сипайлов, Е.Б.Шандарова

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
ЧАСТЬ 1.
РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ
ПОСТОЯННОГО, ОДНОФАЗНОГО,
НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО, ТРЕХФАЗНОГО ТОКА.**

*Рекомендовано в качестве учебного пособия
Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета*

Издательство
Томского политехнического университета
2015

УДК 621.3(075.8)

ББК 31.2я73

П896

- П896 **Пустынников С.В., Сипайлов А.Г., Шандарова Е.Б./**
Теоретические основы электротехники часть 1. Расчет линейных электрических цепей постоянного, однофазного, несинусоидального, трехфазного тока.: учебное пособие / С.В Пустынников; А.Г.Сипайлов; Е.Б.Шандарова. Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 92 с.

В учебном пособии изложены основные темы, изучаемые в дисциплине «теоретические основы электротехники часть 1». Представлены расчетно-графические работы по расчету цепей постоянного тока, синусоидального тока, несинусоидальных и трехфазных цепей, даны методические указания по их выполнению. Предназначено для студентов ЭНИН, изучающих ТОЭ.

УДК 621.3(075.8)

ББК 31.2я73

Рецензенты

Доктор технических наук, профессор ТПУ

Ю.П.Усов

Ведущий научный сотрудник научно-исследовательского института оптики атмосферы СО РАН, доктор физико-математических наук,
профессор *Ф.Ю.Канев*

© ФГБОУ ВПО НИ ТПУ, 2015

© Пустынников С.В., Сипайлов А.Г.,
Шандарова Е.Б., 2015

© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2015

ВВЕДЕНИЕ

Данное учебное пособие предназначено для студентов электротехнических специальностей, изучающих дисциплину «теоретические основы электротехники».

В учебном пособии в краткой форме изложены основные темы, изучаемые в дисциплине «теоретические основы электротехники». Представлены также четыре расчетно-графические работы по расчету цепей постоянного тока, синусоидального тока несинусоидального тока и трехфазных цепей, даны методические указания по их выполнению. Учебное пособие позволяет значительно облегчить изучение курса «теоретические основы электротехники» и является дополнением к лекционному и практическому курсу по данной дисциплине.

ТЕМА 1. ЭЛЕМЕНТЫ И ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ, ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Свойства линейных электрических цепей и методы их расчета подробно изложены в [1 - 4].

Электротехника – область техники, связанная с получением, распределением, преобразованием и использованием электрической энергии..

Электрическое поле - это вид материи, посредством которого осуществляется связь и взаимодействие между электрическими зарядами.

Магнитное поле - это вид материи, посредством которого осуществляется взаимодействие между движущимися электрическими зарядами или токами в проводниках.

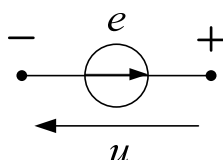
Электрический ток i , A (Ампер) – это перемещение электрических зарядов одного знака q , Кл (Кулон) в каком-нибудь направлении, определяемое скоростью изменения элементарных зарядов $i = \frac{dq}{dt}$.

Потенциал ϕ , B (Вольт) электрического поля в точке « a » – численно равен работе, которую совершают силы электрического поля при перемещении единичного положительного заряда из точки « a » в бесконечно удаленную точку, потенциал которой равен нулю..

Напряжение равно разности электрических потенциалов в двух точках « a » и « b » электрической цепи $u = \phi_a - \phi_b$, B

Идеальный независимый источник ЭДС e , B – это источник, характеризующийся тем, что электродвижущая сила в нем не зависит от протекающего через него тока, т.е. $u = e$. Предполагается, что **внутреннее сопротивление идеального источника ЭДС равно нулю** $R_E = 0$.

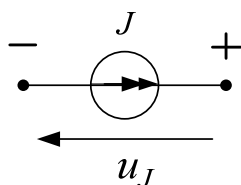
В цепи постоянного тока: $e = E = const, u = U, i = I$.



Идеальный независимый источник тока J , A – это источник, ток которого не зависит от напряжения на его зажимах. Предполагается, что **внутреннее сопротивление идеального источника тока бесконечно велико** $R_J = \infty$, и поэтому параметры внеш-

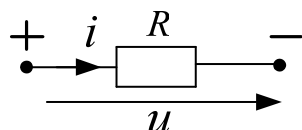
ней электрической цепи, от которых зависит напряжение на зажимах источника, не влияют на ток источника тока $i = J$.

В цепи постоянного тока: $J = const, u_J = U_J$.



Активное сопротивление (резистор) R , Ом - это физическая величина, характеризующая свойства проводника препятствовать прохождению электрического тока и равная отношению напряжения на концах проводника к силе тока, протекающего по нему (**закон Ома**)

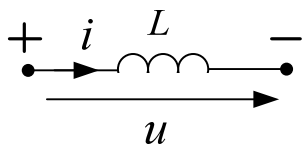
$R = \frac{u}{i}$. Резистор необратимо преобразует электрическую энергию в тепловую.



Мощность p , Вт (Ватт), потребляемая резистором, определяется по **закону Джоуля-Ленца**: $p = ui = i^2 R$.

Проводимость - величина, обратная сопротивлению $g = \frac{1}{R}$, См (Сименс).

Индуктивность L , Гн (Генри) - это параметр электрической цепи, определяющий величину ЭДС самоиндукции, наводимой в цепи при изменении протекающего по ней тока. При заданной силе тока индуктивность определяет энергию магнитного поля, создаваемого этим током $W_M = \frac{L \cdot i^2}{2}$, Дж (Джоуль).



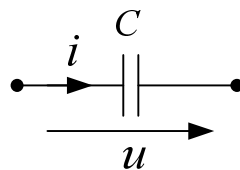
Связь между током и напряжением в индуктивности определяется **законом электромагнитной индукции** $u = L \frac{di}{dt}$ или $i = \frac{1}{L} \int u dt$.

При постоянном токе $i = I = const$ индуктивность имеет нулевое сопротивление и является «закороткой»:



Конденсатор – элемент, обладающий электрической ёмкостью. **Ёмкость** C, Φ (Фарада) – это способность конденсатора накапливать электромагнитную энергию в собственном электрическом поле, образуемом обкладками конденсатора. Величина запасаемой энергии равна

$$W_{\text{эл}} = \frac{C \cdot u^2}{2}, \text{ Дж}$$



Связь между током и напряжением в ёмкости: $i = C \frac{du}{dt}$ или

$$u = \frac{1}{C} \int i dt.$$

При постоянном напряжении $u = U = \text{const}$ ёмкость имеет бесконечно большое сопротивление и является «разрывом цепи»:

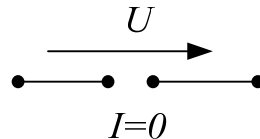
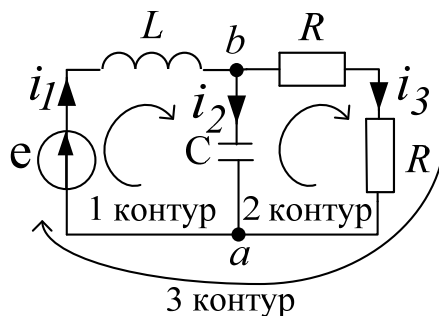


Схема замещения – это электрическая схема, в которой все реальные элементы заменены максимально близкими по функциональности цепями из идеальных элементов.



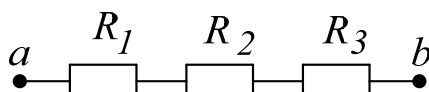
Ветвь – это участок цепи, который включен между двумя соседними узлами и по которому протекает один и тот же ток. В схеме на рисунке три ветви с токами i_1, i_2, i_3 .

Узел – точка соединения не менее трех ветвей. В схеме два узла a и b .

Контур – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям схемы. На рисунке схема имеет три контура (направление обхода контуров указано стрелками).

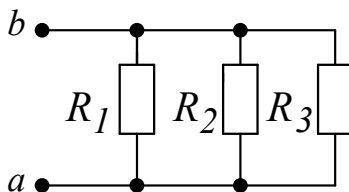
Независимый (элементарный) контур – это контур, отличающийся от любого другого контура хотя бы одним элементом. На рисунке схема имеет два независимых контура.

Последовательное соединение резисторов – это такое соединение, когда конец первого проводника соединен с началом второго, конец второго проводника соединен с началом третьего и так далее:
 $R_{ab} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_n$

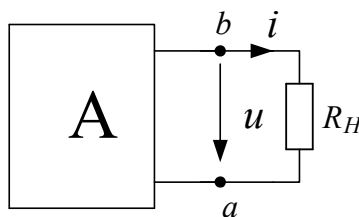


Параллельное соединение резисторов – это такое соединение, когда начала всех проводников соединены в одну точку, а концы проводников – в другую точку:
 $\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$

или $g_{ab} = g_1 + g_2 + g_3 + \dots$



Двухполюсник – это электрическая цепь, содержащая две точки для соединения с другими цепями. На схеме – это точки **a**, **b**, к которым подключается сопротивление нагрузки R_H .



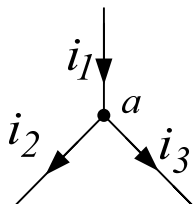
Если в двухполюснике есть источник ЭДС или источник тока, то такой двухполюсник называют **активным**. **Активный двухполюсник** обозначается буквой **A**, **пассивный двухполюсник** не содержит источники электроэнергии и обозначается буквой **П**.

Линейная цепь – это электрическая цепь, электрические сопротивления, индуктивности и ёмкости участков которой не зависят от значений и направлений токов и напряжений в цепи.

Законы Кирхгофа и методы расчета электрических цепей

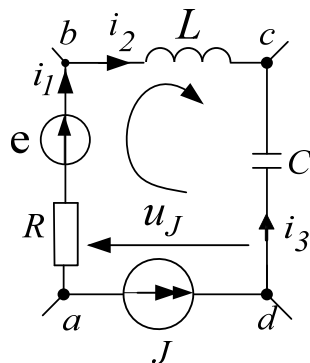
Первый закон Кирхгофа – алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю или сумма токов втекающих в узел равна сумме токов, вытекающих из узла. $\sum i_K = 0$.

Для узла *a*: $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

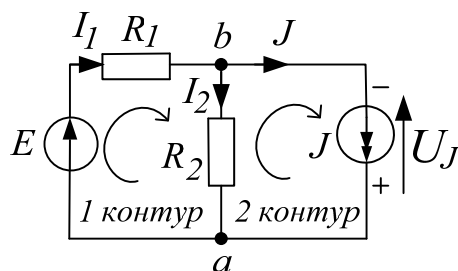


Второй закон Кирхгофа – алгебраическая сумма падений напряжений на всех ветвях, принадлежащих любому замкнутому контуру цепи, равна алгебраической сумме ЭДС ветвей этого контура. $\sum u_K = \sum e_K$. Если в контуре нет источников ЭДС, то суммарное падение напряжений равно нулю. Для контура *abcd*:

$u_R + u_L - u_C + u_J = e$ или $i_1 R + L \frac{di_2}{dt} - \frac{1}{C} \int i_3 dt + U_J = e$



Метод законов Кирхгофа. Если рассматриваемая цепь состоит из N_B ветвей и N_V узлов, то её расчёт сводится к нахождению токов в N_B ветвях. Для этого необходимо составить $N_V - 1$ независимых уравнений по первому закону Кирхгофа и $N_B - N_V + 1$ независимых уравнений по второму закону Кирхгофа. Соответствующие этим уравнениям узлы и контуры называются независимыми (т.е. содержащими хотя бы одну ветвь, не принадлежащую другим узлам / контурам).



Число ветвей $N_B = 3$, число узлов $N_Y = 2$. **Заданы:** E, J, R_1, R_2 .

Определить: I_1, I_2, U_J .

По 1 закону Кирхгофа составляем $2-1=1$ уравнение, по 2 закону Кирхгофа составляем $3-2+1=2$ уравнения.

Система уравнений по законам Кирхгофа:

$$\text{узел } a : I_1 - I_2 = J$$

$$1 \text{ контур} : I_1 R_1 + I_2 R_2 = E$$

$$2 \text{ контур} : -U_J - I_2 R_2 = 0$$

Баланс мощности - то выражение закона сохранения энергии в электрической цепи. Определение баланса мощностей звучит так: сумма мощностей потребляемых приемниками, равна сумме мощностей отдаваемых источниками. $P_{II} = P_{\Pi}$

$$P_{II} = \sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k + \sum_{k=1}^n U_{Jk} \cdot J_k, \quad P_{\Pi} = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2.$$

Здесь U_J – напряжение на источнике тока.

Для рассматриваемой схемы:

Мощность источников: $P_{II} = E \cdot I_1 + U_J \cdot J$

Потребляемая мощность: $P_{\Pi} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$

Погрешность расчетов не должна превышать 3%:

$$\delta_P = \frac{|P_{II} - P_{\Pi}|}{P_{II}} \cdot 100\% < 3\%$$

Метод контурных токов – это метод расчёта электрических цепей, при котором за неизвестные принимаются токи в независимых контурах. Токи в ветвях представляют собой алгебраические суммы контурных токов, протекающих по тем же ветвям. Для расчета токов в сложной электрической цепи необходимо составить лишь число $N_B - N_Y + 1$ независимых уравнений.

Правило составления уравнений:

а) контурный ток рассматриваемого контура умножается на сопротивление своего контура, причем перед этим произведением всегда

ставится знак «+».

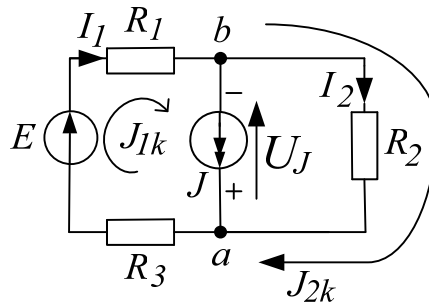
б) соседний контурный ток умножается на общее сопротивление смежной ветви, причем перед этим произведением ставится знак «+», если направления этих контурных токов в общем сопротивлении совпадают между собой, если не совпадают – ставится знак «-».

в) в правой части уравнения записывается алгебраическая сумма ЭДС рассматриваемого контура, причем со знаком «+» берутся те ЭДС, направления которых совпадают с направлением рассматриваемого контурного тока.

г) ток в любой ветви равен алгебраической сумме контурных токов протекающих через данную ветвь. Со знаком «+» учитываются контурные токи того же направления, что и ток в ветви, а со знаком «-» противоположного направления. Если по ветви течет только один контурный ток, то ток в ветви соответственно равен этому контурному току.

Очень важно! Если схема содержит источник тока, то через него должен проходить только один контурный ток, равный по величине и направлению величине тока источника тока.

Например, для схемы:



Задаем контурные токи так, чтобы через каждую ветвь схемы проходил хотя бы один контурный ток. Контурный ток, проходящий через источник тока, равен: $J_{1k} = J$. Для определения неизвестного контурного тока J_{2k} составляем уравнение:

$$J_{2k}(R_1 + R_2 + R_3) + J_{1k}(R_1 + R_3) = E$$

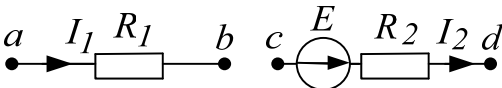
Знак «+» в уравнении берется потому, что контурные токи, протекающие совместно в ветви с сопротивлениями R_1, R_3 , совпадают по направлению. Ток J_{2k} и ЭДС E также совпадают по направлению.

Токи ветвей схемы: $I_1 = J_{1k} + J_{2k}; I_2 = J_{2k}$

Метод узловых потенциалов – это метод расчета электрических цепей путём записи системы линейных алгебраических уравнений, в которой неизвестными являются потенциалы в узлах цепи. В результате

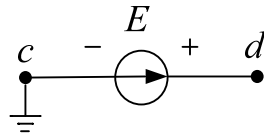
применения метода определяются потенциалы во всех узлах цепи, а также, при необходимости, токи во всех ветвях. Для расчета потенциалов в сложной электрической цепи необходимо составить лишь число $N_y - 1$ независимых уравнений.

Токи в ветвях схемы выражаются с помощью закона Ома через потенциалы узлов:



$$I_1 = \frac{\phi_a - \phi_b}{R_1} = (\phi_a - \phi_b)g_1; \quad I_2 = \frac{\phi_c - \phi_d + E}{R_2} = (\phi_c - \phi_d + E)g_2$$

Потенциал одного из узлов, принятого за **опорный узел**, принимается равным нулю. Если схема содержит ветвь с источником ЭДС без сопротивления, то за **опорный узел** берется любой из узлов, к которым подключена эта ветвь. $\phi_c = 0, \phi_d = E$.



Для остальных узлов составляются уравнения по 1 закону Кирхгофа для токов, выраженных через потенциалы узлов.

Правило составления уравнений для любого k -того узла произвольной схемы в общем виде заключается в следующем:

$$g_{kk} \cdot \phi_k - \sum g_{km} \cdot \phi_m = J_{kk}.$$

Здесь g_{kk} – узловая проводимость k -того узла, т.е. сумма проводимостей ветвей сходящихся в этом узле;

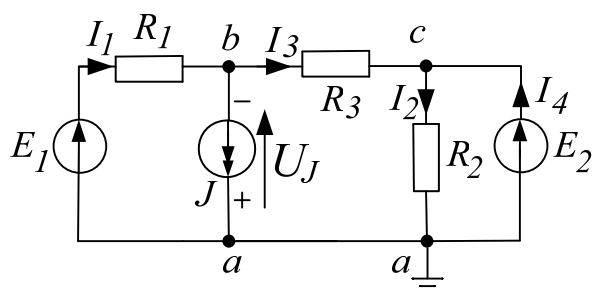
g_{km} – общая проводимость ветвей соединяющих узлы k и m ;

J_{kk} – узловой ток k -того узла.

$$J_{kk} = \sum \pm E_{km} \cdot g_{km} + \sum \pm J_{km}$$

1. Потенциал опорного узла принимается равным нулю;
2. Потенциал k -го узла ϕ_k умножается на сумму проводимостей ветвей подходящих к этому узлу;
3. Потенциал соседнего m -узла ϕ_m умножается на проводимость ветви, соединяющей k -узел с m -узлом (всегда со знаком “-”);
4. В правой части записывается алгебраическая сумма подходящих к k - узлу токов источников тока и произведений ЭДС на проводимости своих ветвей, причем со знаком «+» берутся источники энергии направленные к рассматриваемому узлу k .

После определения потенциалов узлов схемы определяют токи в ветвях по закону Ома. Например, для схемы:



Потенциал опорного узла: $\phi_a = 0$, тогда $\phi_c = E_2$. Для узла b составляем уравнение: $\phi_b(g_1 + g_3) - \phi_c g_3 - \phi_a g_1 = E_1 g_1 - J$.

Определяем токи ветвей:

$$I_1 = (\phi_a - \phi_b + E_1)g_1, I_2 = (\phi_c - \phi_a)g_2, I_3 = (\phi_b - \phi_c)g_3.$$

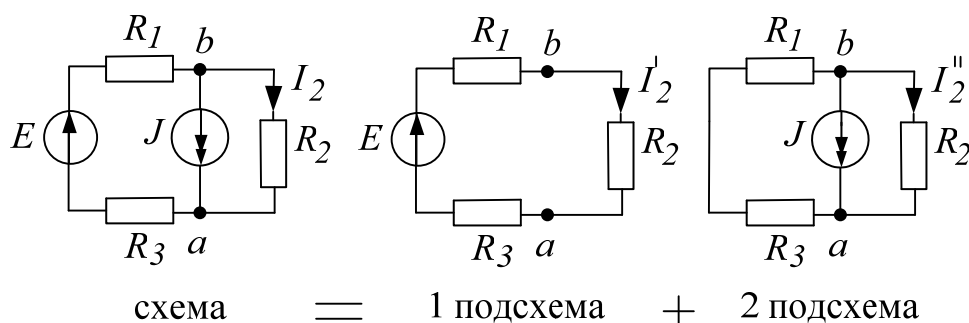
По 1 закону Кирхгофа определяем ток: $I_4 = I_2 - I_3$. Напряжение на источнике тока равно: $U_J = \phi_a - \phi_b$.

Метод наложения - это метод расчета, в котором используется принцип наложения. Принцип наложения заключается в следующем: ток или напряжение в какой либо ветви можно рассматривать как алгебраическую сумму составляющих действующих от каждого источника в отдельности. Эти составляющие называются *частичными*.

Для расчета частичных токов и напряжений исходная схема разбивается на подсхемы, в каждой из которых действует один источник ЭДС или тока, причем остальные источники ЭДС считаются «закороткой» а источники тока разрывом ветви. Рассчитав частичные составляющие, определяются токи и напряжения исходной схемы. При этом со знаком «+» пишутся те составляющие, направление которых совпадает с направлением результирующих величин.

$$I_k = \sum \pm I_k^{част.}; U_k = \sum \pm U_k^{част.}.$$

Например, для схемы:



В первой подсхеме размыкаем источник тока, имеющий бесконечное внутреннее сопротивление, и определяем: $I'_2 = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$.

Во второй подсхеме замыкаем источник ЭДС, имеющий нулевое внутреннее сопротивление, и определяем: $I''_2 = -J \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$

Ток ветви равен: $I_2 = I'_2 + I''_2$.

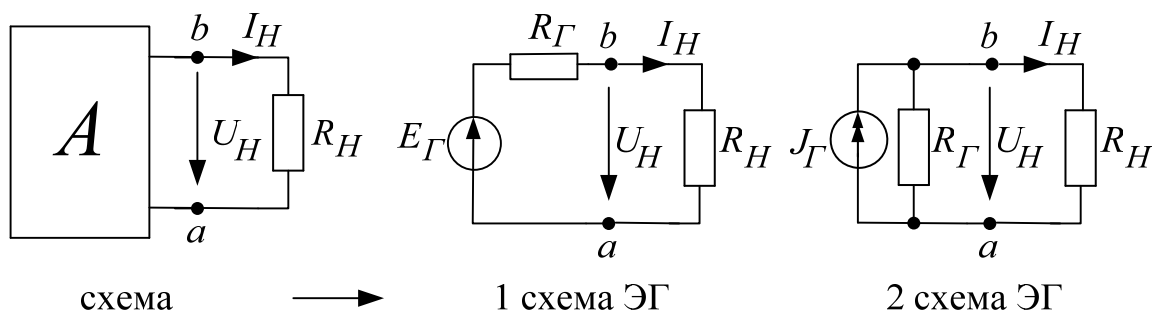
Метод эквивалентного генератора (ЭГ). Любую сложную схему, содержащую источники электрической энергии, относительно ветви с нагрузкой можно заменить активным двухполюсником. Этот двухполюсник можно преобразовать до двух эквивалентных параметров:

E_Γ - ЭДС генератора и R_Γ - сопротивление генератора или

$J_\Gamma = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma}$ - источник тока генератора и R_Γ - сопротивление генератора.

Ток в нагрузке определяется по **формуле Тевенена-Гельмгольца** для 1 схемы ЭГ: $I_H = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma + R_H}$ и по **формуле Нортон-Поливанова**

для 2 схемы ЭГ: $I_H = \frac{J_\Gamma}{1 + \frac{R_H}{R_\Gamma}}$

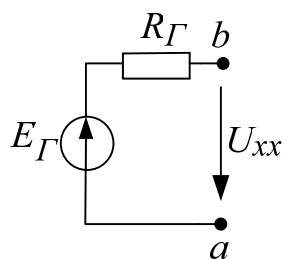


Параметры ЭГ можно определить тремя методами:

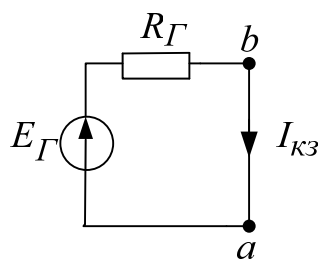
1) из **опытов холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ):**

В опыте ХХ: $R_H = \infty, I = 0, U_{XX} = E_\Gamma$;

В опыте КЗ: $R_H = 0, U_H = 0, R_\Gamma = \frac{U_{XX}}{I_{K3}}$.

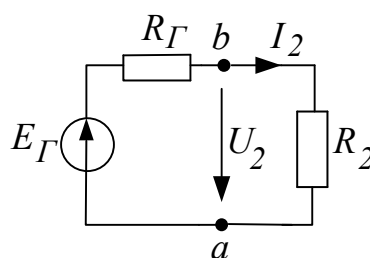
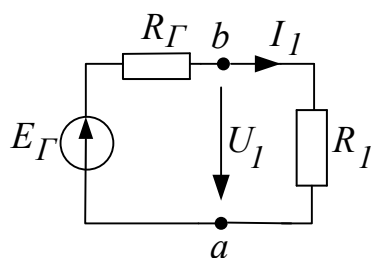


опыт XX



опыт K3

2) **методом двух нагрузок:**



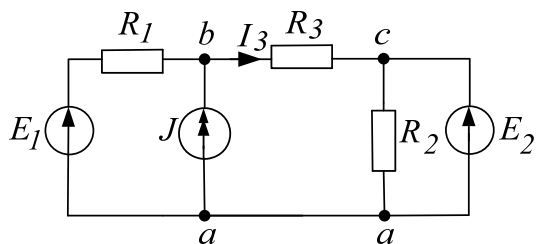
Задаются два разных сопротивления нагрузки R_1 и R_2 , измеряются напряжения U_1, U_2 и токи I_1, I_2 . Составляется система уравнений по 2

закону Кирхгофа:
$$\begin{cases} E_G = U_1 + I_1 R_G \\ E_G = U_2 + I_2 R_G \end{cases}$$
, после решения которой, получаем:

$$E_G = \frac{U_2 I_1 - U_1 I_2}{I_1 - I_2}, R_G = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}.$$

3) **расчетным методом:**

Для расчета выделяем ветвь, в которой определяем ток, считая оставшуюся часть цепи эквивалентным генератором. Размыкаем зажимы сопротивления выделенной ветви и определяем на них напряжение, которое является напряжением холостого хода генератора U_{xx} , причем $U_{xx} = E_G$, где E_G – ЭДС генератора. Сопротивление нагрузки R_H равно сопротивлению выделенной ветви. Сопротивление генератора R_G равно внутреннему сопротивлению генератора относительно разомкнутых зажимов. Оно определяется из схемы, в которой источники ЭДС считаются «закоротками» а источники тока – разрывом цепи. Определив эти параметры, рассчитываем искомый ток.



расчетная схема

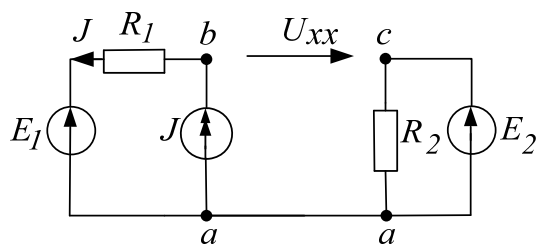
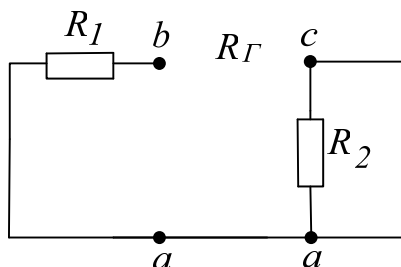


схема опыта XX

В расчетной схеме необходимо определить ток I_3 . Рисуем схему опыта XX, в котором $R_H = \infty$, и определяем по 2 закону Кирхгофа напряжение холостого хода на разомкнутых зажимах нагрузки:

$$E_{\Gamma} = U_{xx} = E_1 - E_2 + JR_1.$$

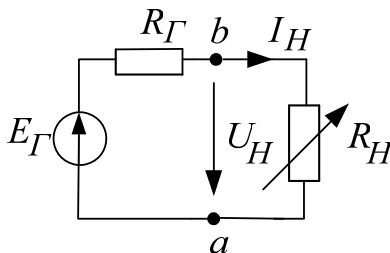
Для определения R_{Γ} рисуем вспомогательную схему, в которой источники ЭДС замкнуты, а источники тока разомкнуты:



Так как сопротивление R_2 замкнуто накоротко, получаем: $R_{\Gamma} = R_1$.

Определяем ток в нагрузке: $I_3 = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_3}$.

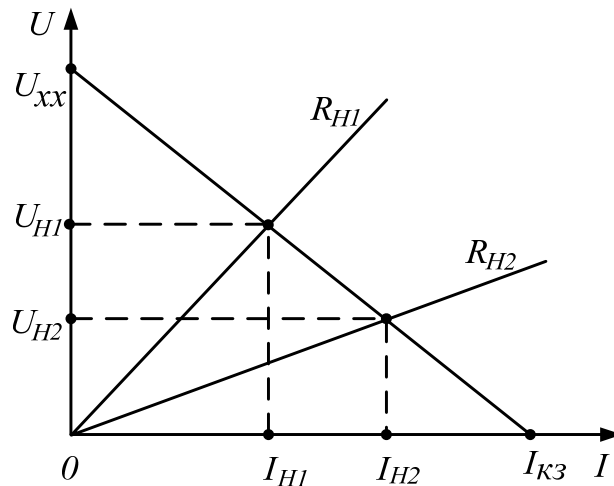
Передача энергии от эквивалентного генератора в нагрузку.



Уравнение внешней вольтамперной характеристики (ВАХ) эквивалентного генератора: $U(I) = E_{\Gamma} - I_H R_{\Gamma}$;

Уравнение ВАХ нагрузки: $U(I) = I_H R_H$

Графическое решение этих двух уравнений позволяет определить ток в сопротивлении нагрузки R_H :



Из уравнения баланса мощностей определяется мощность в нагрузке:

$$P_H(I_H) = E_\Gamma I_H - I_H^2 R_\Gamma$$

Из условия максимума функции: $\frac{dP_H}{dI_H} = E_\Gamma - 2I_H R_\Gamma = 0$, получаем:

$$I_H = \frac{E_\Gamma}{2R_\Gamma}. \text{ По формуле Тевенена - Гельмгольца: } I_H = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma + R_H}$$

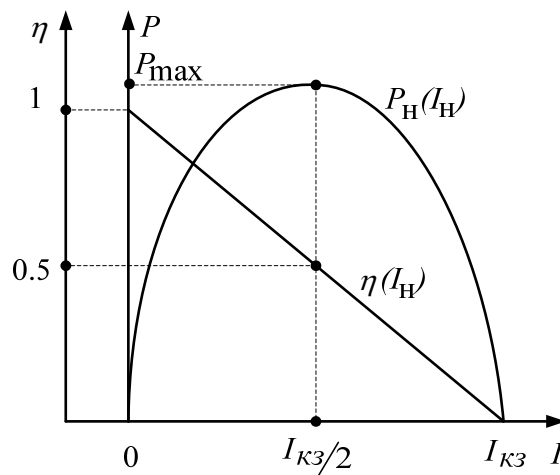
Условие максимальной мощности в нагрузке: $R_H = R_\Gamma$, такой режим работы называется **согласованным**.

КПД передачи энергии в нагрузку:

$$\eta = \frac{P_H}{P_\Gamma} = \frac{E_\Gamma I_H - I_H^2 R_\Gamma}{E_\Gamma I_H} = 1 - \frac{I_H R_\Gamma}{E_\Gamma} = 1 - \frac{I_H R_\Gamma}{I_H (R_\Gamma + R_H)} = \frac{R_H}{R_\Gamma + R_H}$$

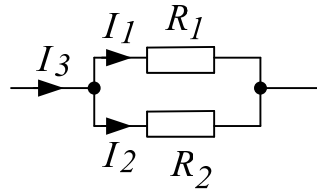
В согласованном режиме работы $\eta = 0.5$

Графические зависимости:



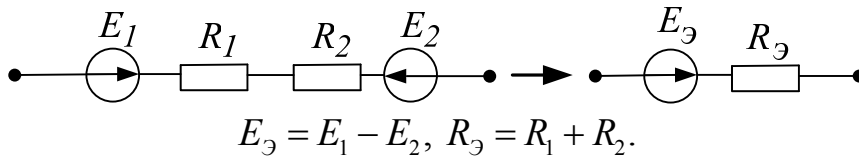
Эквивалентные преобразования электрических схем.

а) Правило распределения токов в параллельных ветвях («правило разброса»):



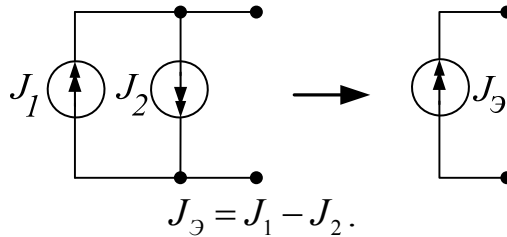
$$I_1 = I_3 \frac{R_2}{R_1 + R_2}, I_2 = I_3 \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

б) Последовательное соединение ЭДС и сопротивлений:



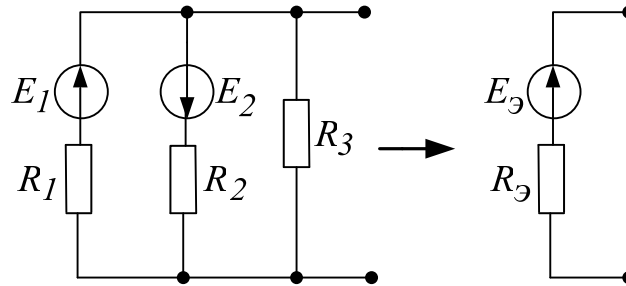
$$E_{\text{Э}} = E_1 - E_2, R_{\text{Э}} = R_1 + R_2.$$

в) Параллельное соединение источников тока:



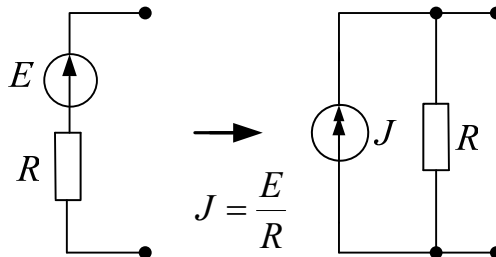
$$J_{\text{Э}} = J_1 - J_2.$$

г) Параллельное соединение ветвей с ЭДС и сопротивлениями:



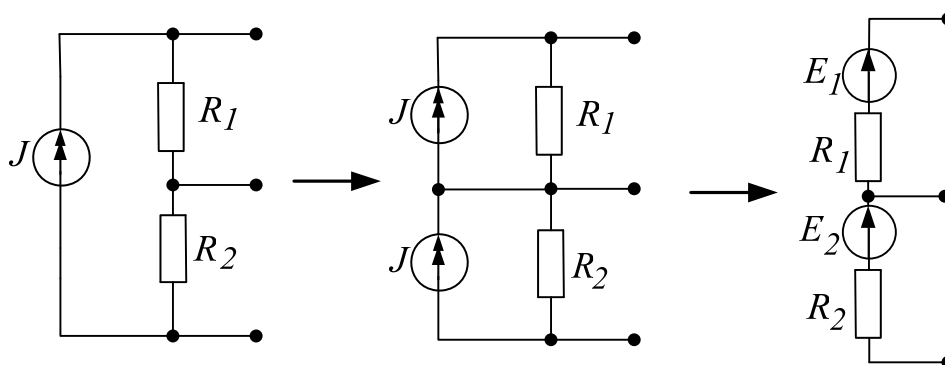
$$\frac{1}{R_{\text{Э}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, E_{\text{Э}} = \left(\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} \right) \cdot R_{\text{Э}}.$$

д) Эквивалентная замена источника ЭДС на источник тока и наоборот:



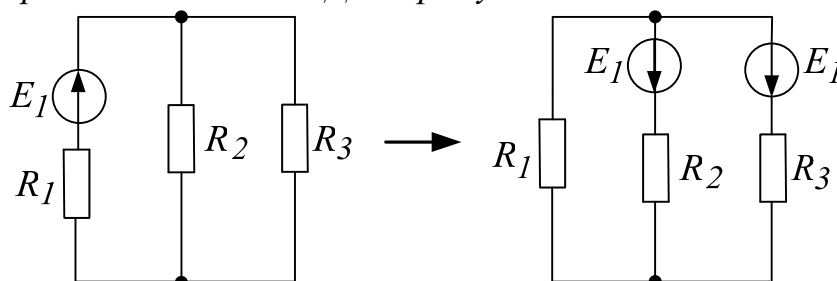
$$J = \frac{E}{R}$$

е) Перенос источника тока:

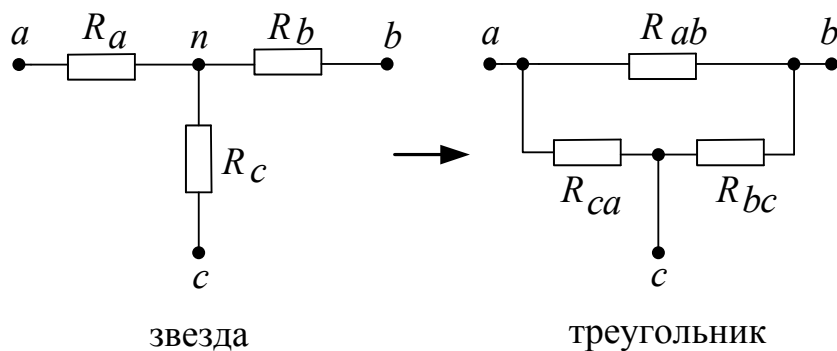


где $E_1 = J_1 R_1, E_2 = J_2 R_2$

ж) Перенос источника ЭДС через узел:



з) Преобразование звезды в треугольник и наоборот:



Сопротивления сторон треугольника: $R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c},$

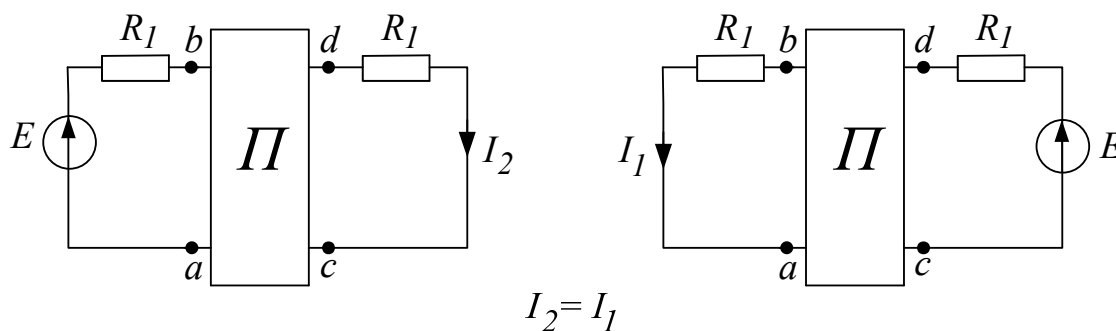
$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a}, \quad R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}.$$

Сопротивления лучей звезды:

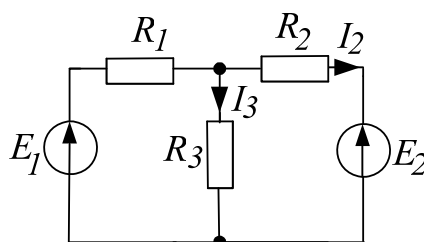
$$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, \quad R_b = \frac{R_{bc} R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, \quad R_c = \frac{R_{ca} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}.$$

Свойства линейных цепей

а) *Принцип взаимности.* Применяется для цепи с одним источником ЭДС. Ток I_{cd} в ветви cd , создаваемый ЭДС E , расположенной в ветви ab , равен току I_{ab} в ветви ab , если в ветвь cd переместить ту же ЭДС E .



б) *Принцип линейности.* В линейной цепи при изменении какого-либо из параметров (источника ЭДС, источника тока или сопротивления), любые две величины (токи или напряжения) связаны линейным соотношением вида: $y = ax + b$



Если $E_1 = \text{var}$, тогда $I_3 = \frac{R_2}{R_3} I_2 + \frac{E_2}{R_3} = aI_2 + b$, где $a = \frac{R_2}{R_3}$, $b = \frac{E_2}{R_3}$

ТЕМА 2. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ С СИНУСОИДАЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ТОКАМИ

Все законы и методы расчета линейных электрических цепей синусоидального тока сохраняют те же свойства, что и при расчете цепей постоянного тока.

Синусоидальный ток (напряжение) – это величина, мгновенное значение которой меняется по синусоидальному закону. Например, для тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, где I_m – амплитудное (максимальное) значение тока; $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, рад/с (радиан/секунду) – угловая частота;

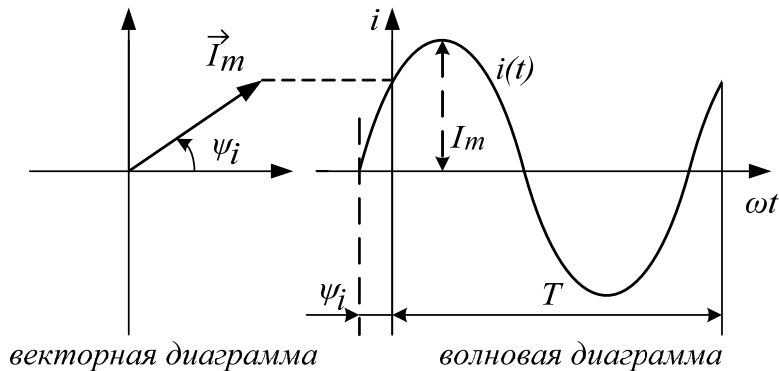
$f = \frac{1}{T}$, Гц (Герц) – частота; T , с (секунда) – период синусоиды;

ψ_i , рад (радиан или градус, $\pi \text{ рад} = 180^\circ$) – начальная фаза.

В России: $f = 50 \text{ Гц}$., $\omega = 314 \text{ рад/с}$, $T = 0.02 \text{ с}$.

Векторная диаграмма – это изображение синусоиды в виде вращающегося вектора в прямоугольной системе координат. Длина вектора равна амплитуде синусоиды. Угол поворота вектора равен начальной фазе и отсчитывается от оси абсцисс против часовой стрелки.

Волновая диаграмма – это график зависимости синусоидального тока от времени.



Действующее или **среднеквадратичное** значение синусоидального тока определяется из соотношения

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Физический смысл этого значения заключается в следующем: Действующее значение гармонического тока i численно равно такому постоянному току I , который за время T в том же сопротивлении R выделяет такое же количества тепла W .

Исходя из вышеизложенного, действующие значения синусоидальных токов, напряжений и ЭДС в $\sqrt{2}$ раз меньше их амплитудных значений.

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

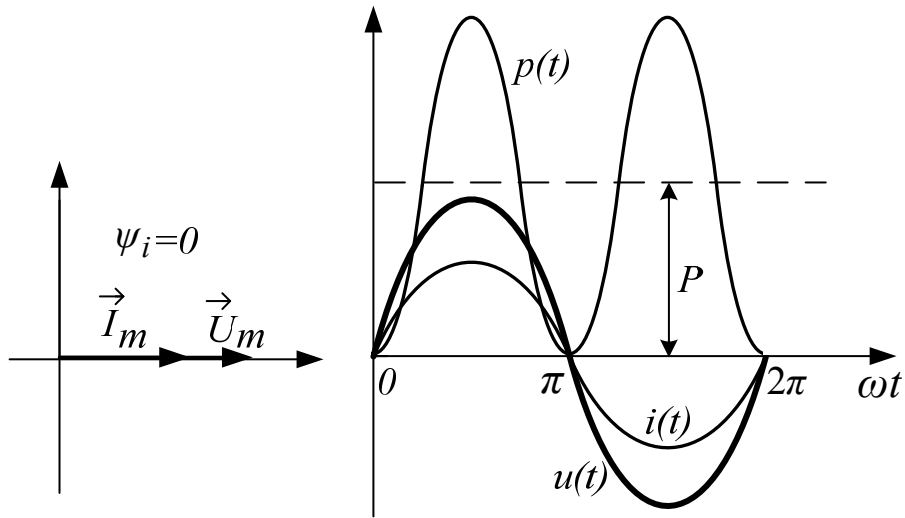
Резистор в цепи синусоидального тока.

При токе $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, по закону Ома $u = iR = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi_i)$.

Для действующих значений: $U = IR$. Ток и напряжение в резисторе совпадают по фазе, т.е. угол сдвига фаз $\phi = 0$.

Мгновенная активная мощность в резисторе:

$$p = ui = 2I^2 R \sin^2(\omega t + \psi_i) = I^2 R (1 - \cos 2(\omega t + \psi_i)).$$



Средняя за период T активная мощность: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = I^2 R, \text{ Вт}.$

P – называется активной мощностью и используется в балансе активных мощностей.

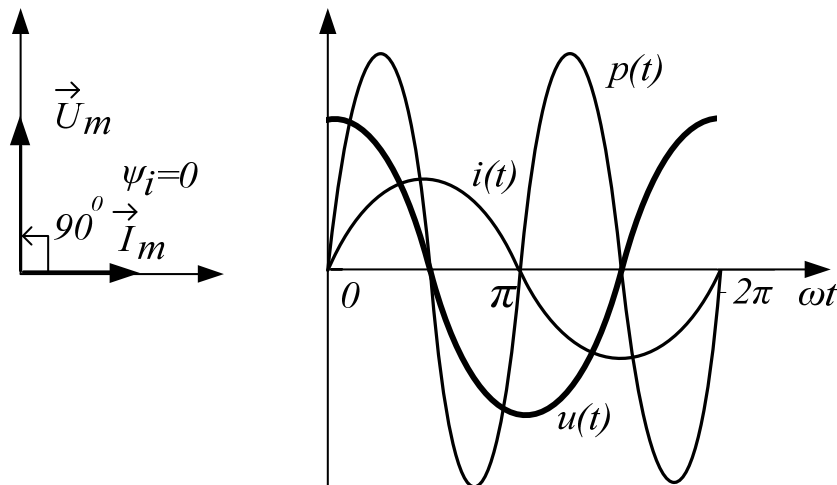
Индуктивность в цепи синусоидального тока

При токе $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, по закону электромагнитной индукции:

$$u = L \frac{di}{dt} = \sqrt{2} I \omega L \cos(\omega t + \psi_i) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ)$$

Для действующих значений: $U = I \omega L = I X_L$, где $X_L = \omega L, \text{ Ом}$ – индуктивное реактивное сопротивление.

Напряжение на индуктивности опережает ток на 90° , т.е. угол сдвига фаз $\phi = 90^\circ$.



Мгновенная активная мощность:

$$p = ui = 2I^2 X_L \sin(\omega t + \psi_i) \cos(\omega t + \psi_i) = Q_L \sin 2(\omega t + \psi_i),$$

где $Q_L = I^2 X_L$, *вар* (вольт-ампер реактивный) – индуктивная реактивная мощность, применяется в балансе реактивных мощностей.

Средняя за период T активная мощность: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = 0$.

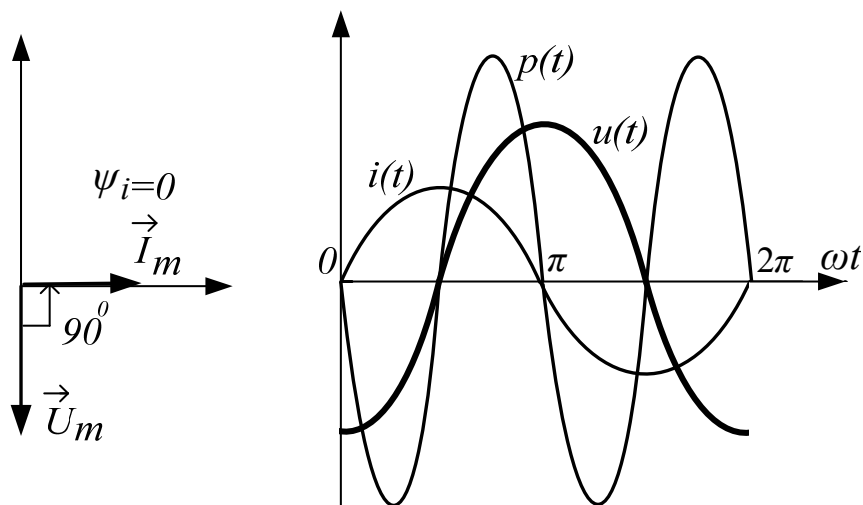
Когда $p \geq 0$ индуктивность запасает энергию в магнитном поле, тогда $p \leq 0$, запасенная энергия возвращается в сеть.

Ёмкость в цепи синусоидального тока

При токе $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ для напряжения получим:

$$u = \frac{1}{C} \int i(t) dt = -\sqrt{2} \frac{I}{\omega C} \cos(\omega t + \psi_i) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ).$$

Для действующих значений: $U = \frac{I}{\omega C} = IX_C$, где $X_C = \frac{1}{\omega C}$, Ом – емкостное реактивное сопротивление. Напряжение на ёмкости отстает от тока на 90° , т.е. угол сдвига фаз $\phi = -90^\circ$.



Мгновенная активная мощность:

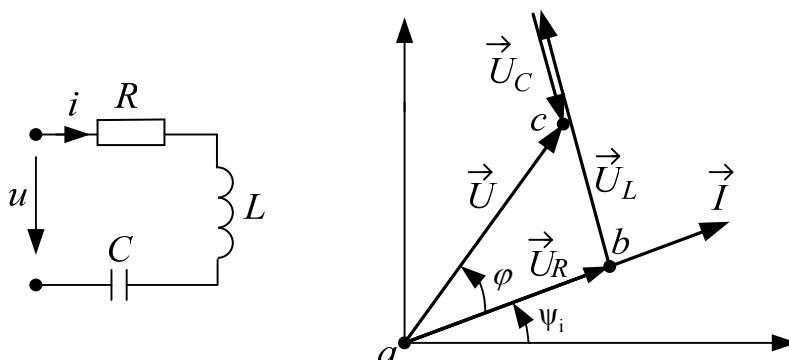
$$p = u \cdot i = -2I^2 X_C \sin(\omega t + \psi_i) \cdot \cos(\omega t + \psi_i) = Q_C \sin 2(\omega t + \psi_i),$$

где $Q_C = -I^2 X_C$, *вар* – емкостная реактивная мощность, применяется в балансе реактивных мощностей.

Средняя за период T активная мощность: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = 0$.

Когда $p \geq 0$ ёмкость запасает энергию в электрическом поле, $p \leq 0$, запасенная энергия возвращается в сеть.

Последовательное соединение R, L, C



При токе $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i)$, по 2 закону Кирхгофа входное напряжение равно: $u = u_R + u_L + u_C$.

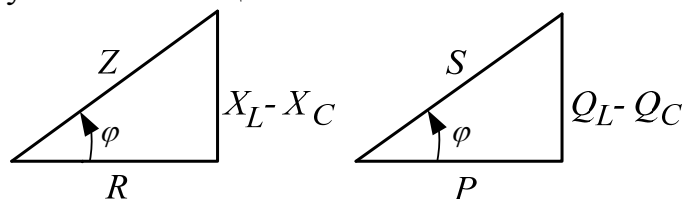
Построим векторную диаграмму для действующих значений тока и напряжений. Получим треугольник напряжений abc , где $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$ – действующее значение входного напряжения,

$$\phi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} \text{ – сдвиг фазы между входным напряжением и током}$$

(угол нагрузки),

$$u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \psi_i + \phi) \text{ – мгновенное значение входного напряжения.}$$

На основании треугольника напряжений получаем треугольник сопротивлений и треугольник мощностей:



Из треугольника сопротивлений:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \phi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R},$$

где Z (Ом) – полное сопротивление цепи.

Из треугольника мощностей:

$$S = UI = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}, \phi = \arctg \frac{Q_L - Q_C}{P} \text{ .,}$$

где S, VA (вольт-ампер) – полная мощность цепи; $\cos \phi = \frac{P}{S}$ – коэффициент мощности.

На основании треугольника мощностей составляется баланс мощности электрической цепи.

а) мощность источников: $S_{\text{и}} = UI$, $P_{\text{и}} = S \cos \phi$, $Q_{\text{и}} = S \sin \phi$.

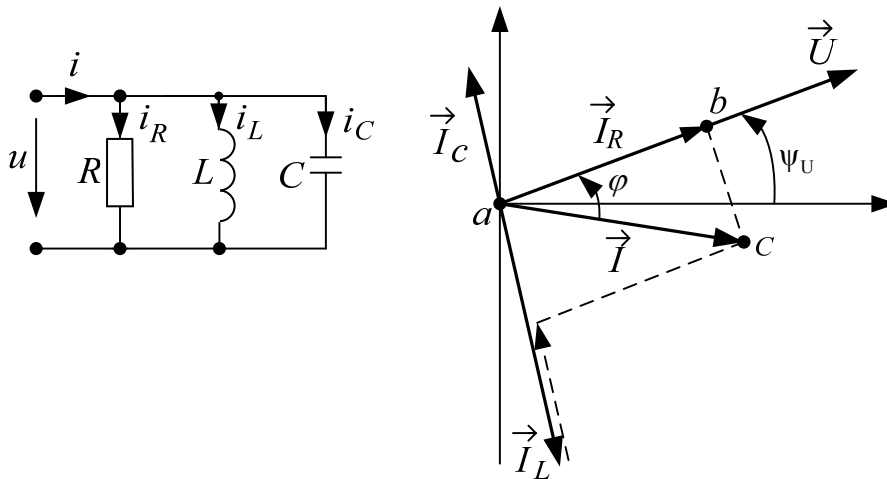
б) потребляемая мощность:

$$P_{\text{п}} = I^2 R, \quad Q_{\text{п}} = I^2 X_L - I^2 X_C, \quad S_{\text{п}} = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Погрешность расчета (небаланс):

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{и}} - P_{\text{п}}|}{P_{\text{и}}} \cdot 100\% \leq 3\%, \quad \delta_Q = \frac{|Q_{\text{и}} - Q_{\text{п}}|}{Q_{\text{и}}} \cdot 100\% \leq 3\%$$

Параллельное соединение R, L, C .



При напряжении $u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_u)$, по 1 закону Кирхгофа входной ток равен: $i = i_R + i_L + i_C$. Построим векторную диаграмму для действующих значений напряжения токов. Получим треугольник токов abc , где

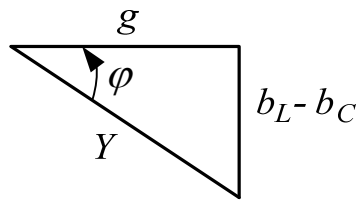
$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$ – действующее значение входного тока,

$\phi = \arctg \frac{I_L - I_C}{I_R}$ – сдвиг фазы между входным напряжением и током

(угол нагрузки).

$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi_u - \phi)$ – мгновенное значение входного тока.

На основании треугольника токов получаем треугольник проводимостей.



Из треугольника проводимостей:

$$Y = \frac{I}{U} = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}, \phi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g},$$

где Y, C_m (Сименс) – полная проводимость цепи;

$g = \frac{1}{R}, C_m$ – активная проводимость;

$b_L = \frac{1}{X_L}, C_m$ – индуктивная реактивная проводимость;

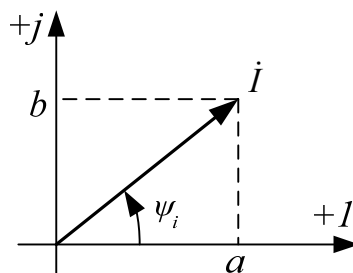
$b_C = \frac{1}{X_C}, C_m$ – емкостная реактивная проводимость.

Изображение синусоидальных токов и напряжений комплексными числами

Синусоидальной функции времени напряжения или тока соответствует изображение в виде комплексного числа (КЧ) на комплексной плоскости.

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I e^{j\psi_i} = a + jb,$$

где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; \dot{I} – комплекс действующего значения тока; $I e^{j\psi_i}$ – показательная форма записи КЧ; $a + jb$ – алгебраическая форма записи КЧ; $a = \text{Re}(I e^{j\psi_i})$ – действительная часть КЧ; $b = \text{Im}(I e^{j\psi_i})$ – мнимая часть КЧ.



Система координат $(+j, +1)$ называется комплексной плоскостью.

$(+1)$ – действительная ось, $(+j)$ – мнимая ось.

Обе формы КЧ связаны тригонометрическими соотношениями:

$$a = I \cos \psi_i, \quad b = I \sin \psi_i, \quad I = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \psi_i = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} \pm 180^\circ,$$

причем $(\pm 180^\circ)$ учитывается, когда $a \leq 0$.

Операции с комплексными числами.

1) сложение и вычитание:

$$\dot{A}_1 \pm \dot{A}_2 = (a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2) = a_3 + jb_3 = \dot{A}_3$$

2) умножение:

$$\dot{A}_1 \dot{A}_2 = A_1 e^{j\psi_1} \cdot A_2 e^{j\psi_2} = A_1 A_2 e^{j(\psi_1 + \psi_2)} = A_3 e^{j\psi_3} = \dot{A}_3$$

3) деление:
$$\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1 e^{j\psi_1}}{A_2 e^{j\psi_2}} = \frac{A_1}{A_2} e^{j(\psi_1 - \psi_2)} = A_3 e^{j\psi_3} = \dot{A}_3$$

4) возведение в степень:
$$(Ae^{j\psi})^n = A^n e^{j\psi \cdot n}$$

5) извлечение корня:
$$\sqrt[n]{Ae^{j\psi}} = \sqrt[n]{A} e^{j\frac{\psi}{n}}$$

6) комплексно-сопряжённое число \dot{A}^* : если $\dot{A} = Ae^{j\psi} = a + jb$, то

$$\dot{A}^* = Ae^{-j\psi} = a - jb$$

7) некоторые соотношения:

$$j = e^{j90^\circ}; \quad (-j) = e^{-j90^\circ}; \quad 1 = e^{j0^\circ}; \quad (-1) = e^{j180^\circ}; \quad \frac{1}{j} = -j; \quad j^2 = -1$$

8) дифференцирование:

т.к. $(\sqrt{2}A \sin(\omega t + \psi))' = (\sqrt{2}\omega A \sin(\omega t + \psi + 90^\circ))$, то

$$(Ae^{j\psi})' = \omega Ae^{j(\psi+90^\circ)} = j\omega \dot{A}$$

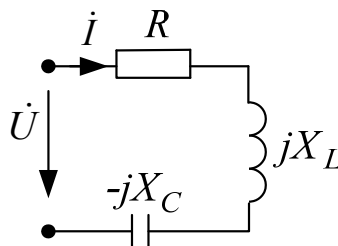
9) интегрирование:

т.к. $\int \sqrt{2} A \sin(\omega t + \psi_i) dt = \sqrt{2} \frac{A}{\omega} \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ)$, то

$$\int Ae^{j\psi} dt = \frac{A}{\omega} e^{j(\psi-90^\circ)} = \frac{\dot{A}}{j\omega} = -j \frac{\dot{A}}{\omega}$$

Законы электротехники в комплексной форме

а) **Закон Ома.**

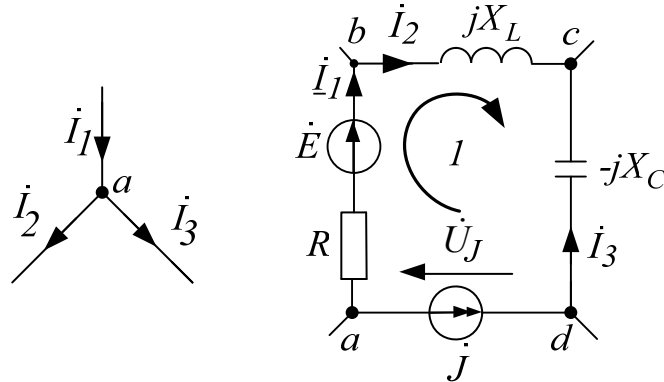


При токе $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i)$, в комплексной форме получим изображения действующих значений тока и напряжений на элементах: $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$, $\dot{U}_R = \dot{I}R$, $\dot{U}_L = \dot{I}jX_L$, $\dot{U}_C = \dot{I}(-jX_C)$.

Полное комплексное сопротивление цепи: $\underline{Z} = R + jX_L - jX_C = Ze^{j\phi}$

По закону Ома входное напряжение равно: $\dot{U} = \dot{I}\underline{Z} = Ue^{j(\psi_i + \phi)} = Ue^{j\psi_u}$

б) **Первый закон Кирхгофа.** Для узла a : $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$.



г) **Второй закон Кирхгофа.** Для контура 1: $\dot{U}_R + \dot{U}_L - \dot{U}_C + \dot{U}_J = \dot{E}$
или $\dot{I}_1 R + \dot{I}_2 jX_L - \dot{I}_3 (-jX_C) + \dot{U}_J = \dot{E}$.

Баланс мощности в комплексной форме.

Для расчета мощности источников используется комплексно-сопряженное значение тока.

мощность источников:

$$\dot{S}_{\text{и}} = \sum \dot{E} \cdot \dot{I}^* + \sum \dot{U}_J \cdot \dot{J}^* = S e^{j\phi} = S \cos \phi + j S \sin \phi = P_{\text{и}} + j Q_{\text{и}}$$

активная потребляемая мощность: $P_{\text{п}} = \sum I^2 R$

реактивная потребляемая мощность: $Q_{\text{п}} = \sum I^2 X_L - \sum I^2 X_C$

погрешность расчета (небаланс):

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{и}} - P_{\text{п}}|}{P_{\text{и}}} \cdot 100\% \leq 3\%, \quad \delta_Q = \frac{|Q_{\text{и}} - Q_{\text{п}}|}{Q_{\text{и}}} \cdot 100\% \leq 3\%$$

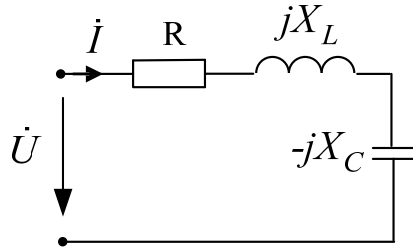
ТЕМА 3. РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Резонанс – это такой режим электрической цепи, содержащей емкости и индуктивности, при котором общее входное сопротивление или входная проводимость цепи будут **резистивными**. В этом режиме цепь потребляет только активную мощность и входные ток и напряжение совпадают по фазе.

Резонанс напряжений

Резонанс напряжений возникает при последовательном соединении участков цепи с индуктивным и емкостным характером. Входное сопротивление цепи: $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$.

Условие резонанса: $X_L = X_C$ или $\omega L = 1/\omega C$.

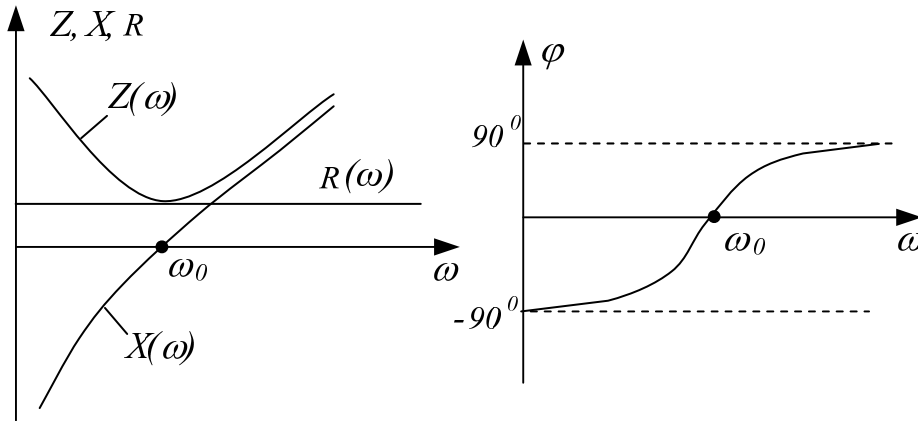


Резонансные величины: $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; $C_0 = 1/\omega^2 L$; $L_0 = 1/\omega^2 C$.

В режиме резонанса $\underline{Z} = R$; $\dot{I} = \dot{I}_{\max} = \dot{U}/R$; $\phi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = 0$;

$Q = UI \sin \phi = 0$; $S = P = UI \cos \phi = I^2 R$.

Зависимости $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, $X = \omega L - 1/\omega C$ и $\phi = \arctg \frac{X}{R}$ от угловой частоты ω :

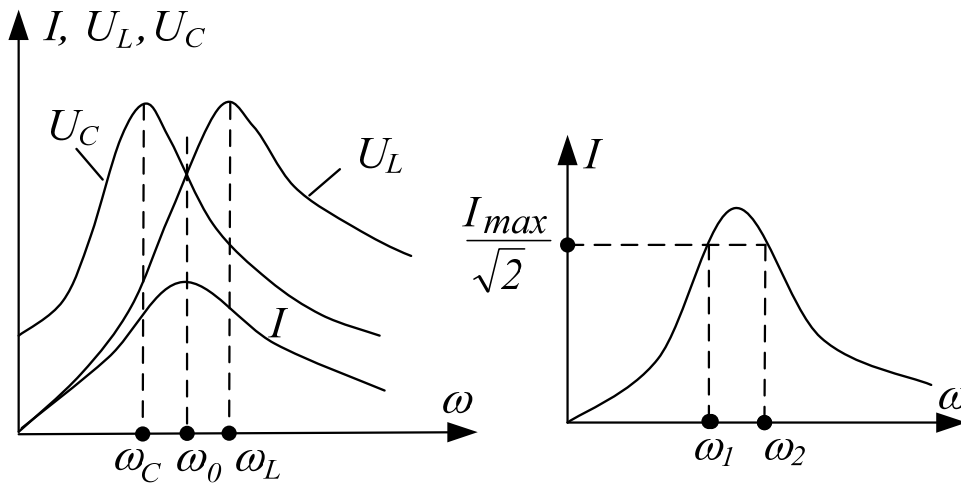


Если $X_L = X_C > R$, то $\dot{U}_L = jX_L \dot{I}$, $\dot{U}_C = -jX_C \dot{I}$ будут равны по модулю и превысят входное напряжение $U_L = U_C > U$.

$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ [Ом] – **волновое** (характеристическое) сопротивление контура;

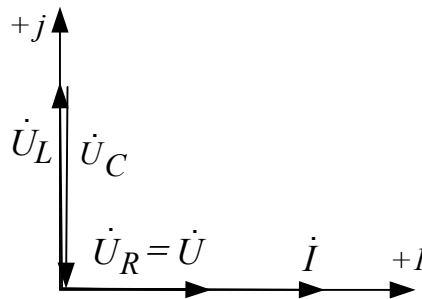
$G = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{\rho}{R}$ – **добротность** контура, которая определяет резонансные свойства контура. Чем больше доброт-

ность G , тем меньше отличаются ω_L и ω_C от резонансной частоты и тем острее становятся все три резонансные кривые $I(\omega)$, $U_C(\omega)$, $U_L(\omega)$



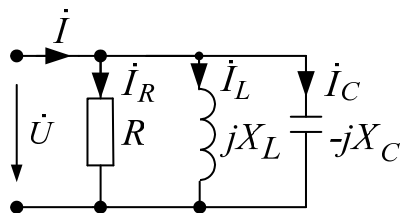
Полоса пропускания $\Pi_\omega = |\omega_1 - \omega_2| = \frac{\omega_0}{G}$ определяется по уровню $I_{\max}/\sqrt{2}$ резонансной кривой тока $I(\omega)$.

Векторная диаграмма резонанса напряжений



Резонанс токов

Резонанс токов возникает при параллельном соединении участков цепи с индуктивным и емкостным характером.



$$\dot{i}_R = \frac{\dot{U}}{R} = g\dot{U}; \quad \dot{i}_L = \frac{\dot{U}}{jX_L} = -\dot{U}jb_L; \quad \dot{i}_C = \frac{\dot{U}}{-jX_C} = \dot{U}jb_C,$$

где $g = \frac{1}{R}$; $b_L = \frac{1}{X_L}$; $b_C = \frac{1}{X_C}$.

По первому закону Кирхгофа: $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C + \dot{I}_L = \dot{U}(g + j(b_C - b_L)) = \dot{U}\underline{Y}$,
где $\underline{Y} = g + j(b_C - b_L)$ – комплекс полной проводимости цепи.

Условие резонанса токов: $b_L = b_C$ или $\frac{1}{\omega L} = \omega C$.

Резонансные величины: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $C_0 = \frac{1}{\omega^2 L}$; $L_0 = \frac{1}{\omega^2 C}$.

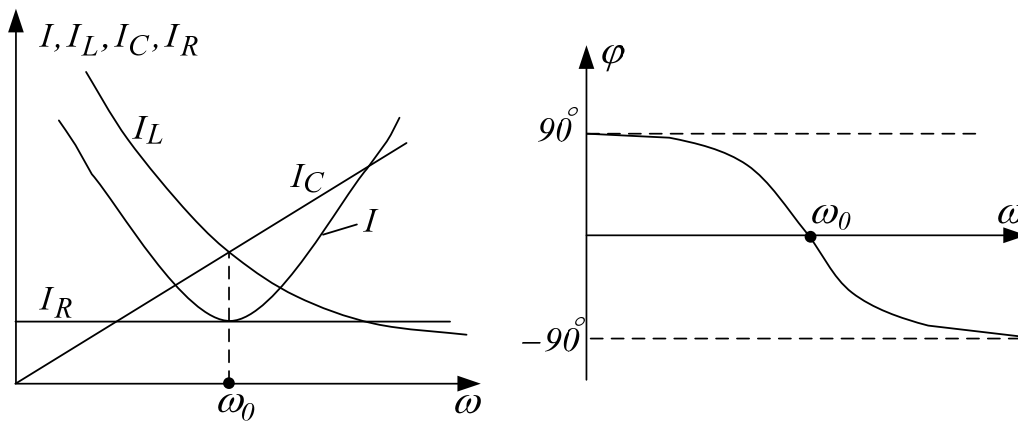
В режиме резонанса токов проводимость $\underline{Y} = g = \frac{1}{R}$ и входной ток будут минимальны; $\phi = \arctg \frac{b_C - b_L}{g} = 0$; $Q = UI \sin \phi = 0$;

$$S = P = UI \cos \phi = I_R^2 R.$$

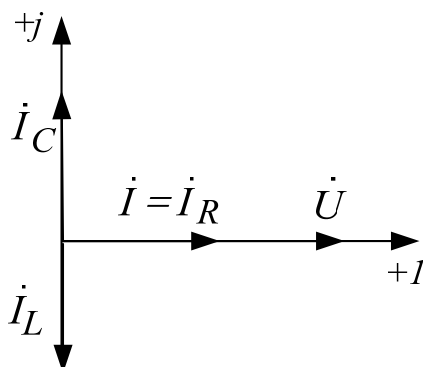
Если $g < \omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L}$, то $I_L = I_C > I$; $y = \sqrt{\frac{C}{L}}$ – волновая проводимость

контура; $G = \frac{I_L}{I} = \frac{I_C}{I} = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{X_C} = \frac{y}{g}$ – добротность контура.

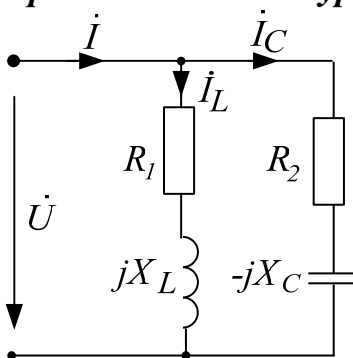
Частотные характеристики



Векторная диаграмма при резонансе токов



Резонанс токов в параллельном контуре с потерями



$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1 + jX_L}; \quad \underline{Y}_2 = \frac{1}{R_2 - jX_C}; \quad \underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = \frac{1}{R_1 + jX_L} + \frac{1}{R_2 - jX_C}$$

По условию резонанса мнимая часть полной проводимости цепи должна равняться нулю. Чтобы выделить мнимую часть умножим числитель и знаменатель на комплексно сопряженные числа:

$$\frac{R_1 - jX_L}{R_1^2 + X_L^2} + \frac{R_2 + jX_C}{R_2^2 + X_C^2} = \left(\frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} + \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} \right) + j \left(\frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} - \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} \right).$$

Приравняв к нулю мнимую часть, находим условие резонанса в параллельном контуре с потерями:

$$\frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2}.$$

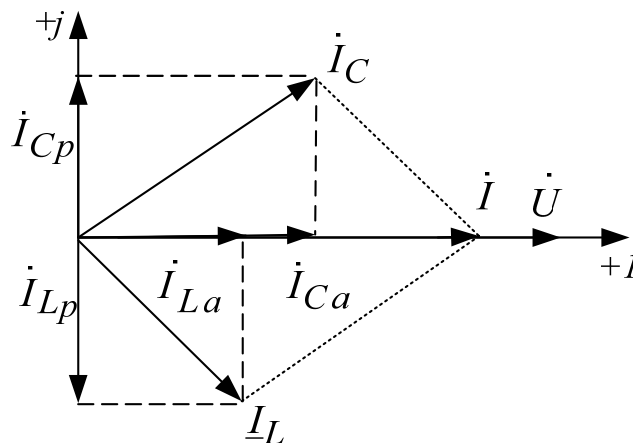
Из этого выражения находим резонансную частоту:

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}, \text{ где } \omega_0 = 1/\sqrt{LC}; \quad \rho = \sqrt{L/C}.$$

При $\dot{U} = Ue^{j0}$, токи в параллельных ветвях $\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{R_1 + jX_L} = I_{La} - jI_{Lp}$;

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R_2 - jX_C} = I_{Ca} + jI_{Cp}.$$

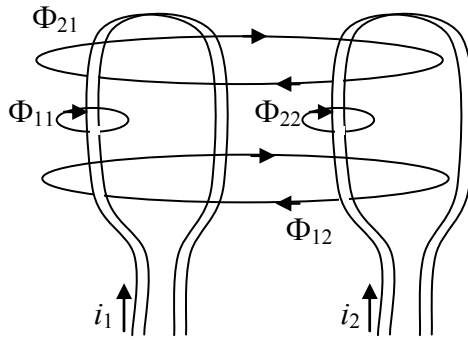
Векторная диаграмма



ТЕМА 4. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

При наличии в цепи катушек, взаимодействующих своими магнитными потоками, цепь называют **индуктивно связанной** или **цепью с взаимной индуктивностью**. В общем случае любое число катушек может иметь индуктивную связь.

Магнитный поток Φ_1 , Вб (Вебер) первого контура (создается i_1) частично замыкается вокруг витков первого контура, создавая поток рассеяния Φ_{11} , и частично проходит через витки второго контура, создавая поток взаимной индукции) Φ_{21} : $\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{21}$.



Магнитный поток Φ_2 второго контура (создается i_2) частично замыкается вокруг витков второго контура, создавая поток рассеяния Φ_{22} , и частично проходит через витки первого контура, создавая поток взаимной индукции Φ_{12} : $\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{12}$.

Потокосцепление первого контура:

$$\psi_1 = w_1(\Phi_1 \pm \Phi_{12}),$$

потокосцепление второго контура:

$$\psi_2 = w_2(\Phi_2 \pm \Phi_{21}), \text{ где}$$

w_1, w_2 – число витков первого и второго контуров.

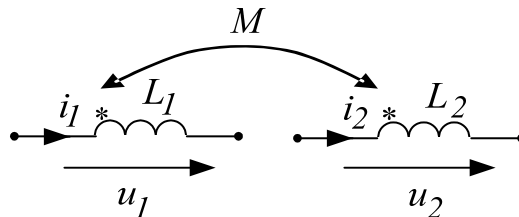
$L_1 = \frac{w_1 \Phi_{11}}{i_1}$; $L_2 = \frac{w_2 \Phi_{22}}{i_2}$, L_H – собственные индуктивности контуров;

$M_{12} = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2}$; $M_{21} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1}$, L_H – взаимные индуктивности.

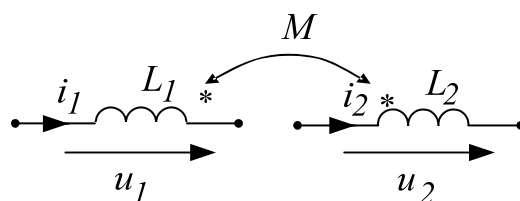
Для линейных цепей $\Phi_{21} = \Phi_{12}$; $M_{12} = M_{21} = M$.

Степень магнитной связи двух катушек характеризуется **коэффициентом связи** $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$. Начала обмоток называются **одноимёнными зажимами** и обозначаются на схеме звездочками или точками.

Направление магнитного потока в катушке индуктивности определяется по правилу буравчика, поэтому, если потоки взаимной индукции Φ_{21} и Φ_{12} совпадают по направлению, то такое включение называют **согласным включением**. При этом токи направлены одинаковым образом относительно одноименных зажимов:



При **встречном включении** взаимные магнитные потоки Φ_{21} и Φ_{12} направлены навстречу друг другу. При этом токи направлены различным образом относительно одноименных зажимов:



Мгновенное значение напряжения на индуктивно связанных катушках:

$$u_1 = w_1 \frac{d(\Phi_{11} \pm \Phi_{12})}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}; \quad u_2 = w_2 \frac{d(\Phi_{22} \pm \Phi_{21})}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt},$$

знак «+» берется при согласном включении катушек, а «-» – при встречном включении.

Комплексы действующих значений напряжений на катушках

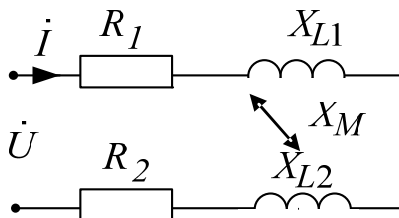
$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{L1} \pm \dot{U}_{M1} = jX_{L1}\dot{I}_1 \pm jX_M\dot{I}_2; \quad \dot{U}_2 = \dot{U}_{L2} \pm \dot{U}_{M2} = jX_{L2}\dot{I}_2 \pm jX_M\dot{I}_1,$$

где $X_{L1} = \omega L_1$; $X_{L2} = \omega L_2$; $X_M = \omega M$, Ом – реактивное сопротивление индуктивной связи; $\dot{U}_{M1} = jX_M\dot{I}_2$, $\dot{U}_{M2} = jX_M\dot{I}_1$ – комплексные напряжения взаимной индукции.

При согласном включении берется знак «+» и вектора \dot{U}_{M1} и \dot{U}_{M2} опережают свои токи \dot{I}_2 и \dot{I}_1 на 90° (индуктивный характер), а при встречном включении берется знак «-», и вектора \dot{U}_{M1} и \dot{U}_{M2} отстают от своих токов на 90° (емкостной характер).

При расчете цепи по уравнениям Кирхгофа напряжение $\dot{U}_M = \pm j\omega M \dot{I}$ учитывается наравне с другими падениями напряжения с учетом вида включения (согласное или встречное).

Последовательное соединение двух индуктивно связанных катушек



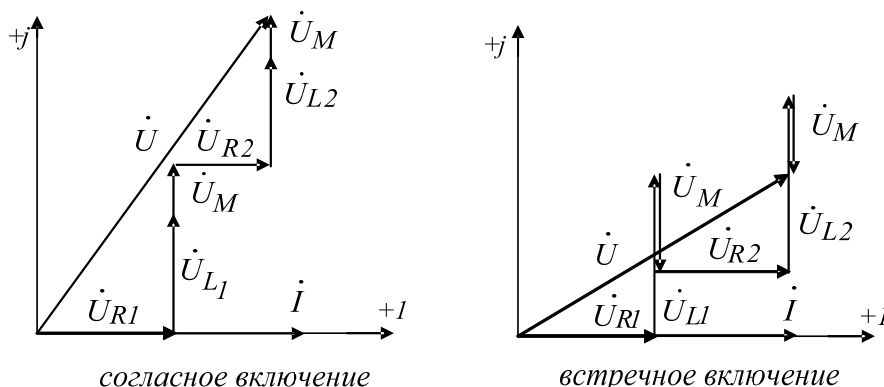
По закону Ома: $\dot{U}_{R1} = \dot{I}R_1$; $\dot{U}_{R2} = \dot{I}R_2$; Напряжения на катушках:
 $\dot{U}_1 = jX_{L1}\dot{I} \pm jX_M\dot{I} = \dot{U}_{L1} \pm \dot{U}_M$; $\dot{U}_2 = jX_{L2}\dot{I} \pm jX_M\dot{I} = \dot{U}_{L2} \pm \dot{U}_M$.
 Входное сопротивление цепи $\underline{Z} = R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2} \pm 2X_M)$.

Общий ток $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{\dot{U}}{R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2} \pm 2X_M)}$,

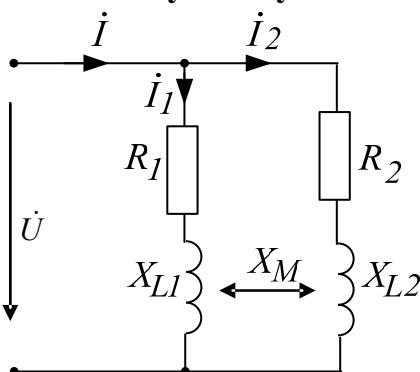
«+» – при согласном включении; «-» – при встречном.

При неизменном действующем значении входного напряжения больший по величине ток будет при встречном включении.

Векторные диаграммы



Параллельное соединение двух индуктивно связанных катушек



Уравнения по законам Кирхгофа в комплексной форме с учетом влияния индуктивной связи:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2; \quad \dot{U} = \dot{I}_1 R_1 + jX_{L1} \dot{I}_1 \pm jX_M \dot{I}_2; \quad \dot{U} = \dot{I}_2 R_2 + jX_{L2} \dot{I}_2 \pm jX_M \dot{I}_1.$$

Совместное решение уравнений позволяет определить ток:

$$\dot{I} = \dot{U} \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2(\pm jX_M)}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + X_M^2},$$

где $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1}$; $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2}$, при этом знак «+» берется при согласном включении катушек, а «-» – при встречном.

При неизменном входном напряжении больший ток будет при встречном включении.

Потребляемая реактивная мощность с учетом индуктивной связи катушек определяется по формуле

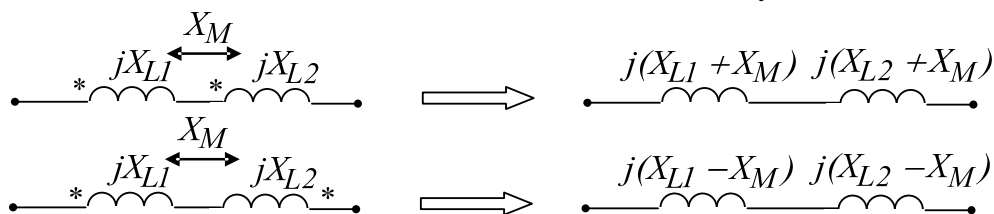
$$Q_{\text{п}} = \sum_i I_i^2 X_{Li} - \sum_k I_k^2 X_{Ck} \pm 2X_M I_d I_r \cos(\psi_d - \psi_r), \text{ где}$$

слагаемое $\pm 2X_M I_d I_r \cos(\psi_d - \psi_r)$ учитывает индуктивную связь; знак «+» ставится при согласном включении катушек и «-» при встречном; I_d, I_r – действующие значения токов индуктивно связанных катушек; ψ_d, ψ_r – их начальные фазы.

Развязка индуктивной связи

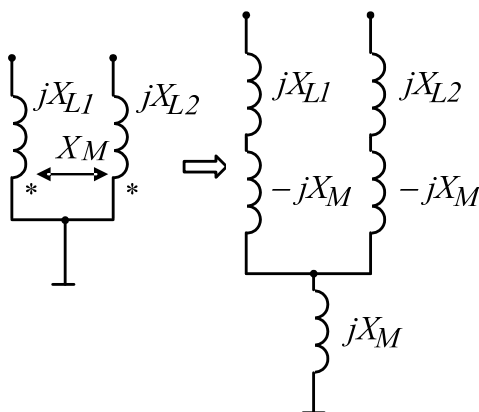
Используется с целью упрощения расчетов. После развязки схема может быть рассчитана любым методом в комплексной форме.

Развязка последовательно соединенных катушек:

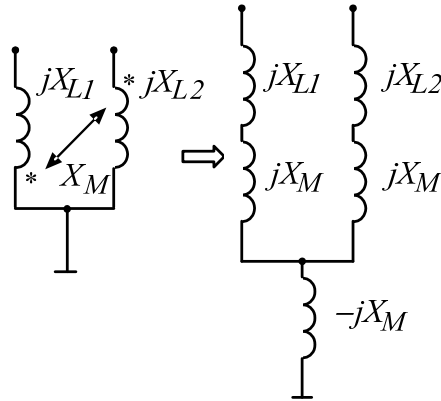


Развязка индуктивных связей катушек, имеющих общий узел:

- если катушки подключены к общему узлу одноименными зажимами, то в эквивалентной схеме без индуктивной связи последовательно к каждому из них подключается сопротивление $-jX_M$, а в общую ветвь сопротивление jX_M :



- если катушки подключены к общему узлу разноименными зажимами, то в эквивалентной схеме без индуктивной связи последовательно к каждому элементу подключается сопротивление jX_M , а в общую ветвь сопротивление $-jX_M$:



ТЕМА 5. ДВУХОБОМОТОЧНЫЙ ТРАНСФОРМАТОР В ЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

Трансформатор предназначен для преобразования величин переменных токов и напряжений при неизменной частоте. В простейшем случае он представляет собой две обмотки на замкнутом сердечнике из ферромагнитного материала. Передача энергии из первичной во вторичную обмотку происходит благодаря явлению взаимной индукции. Обмотка 1-1¹ называется первичной и подключается к источнику электроэнергии с напряжением u_1 , обмотка 2-2¹ называется вторичной и подключается к нагрузке с напряжением u_2 .

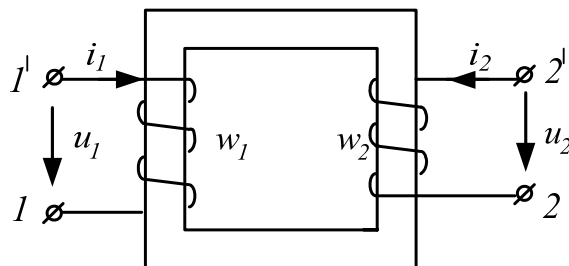
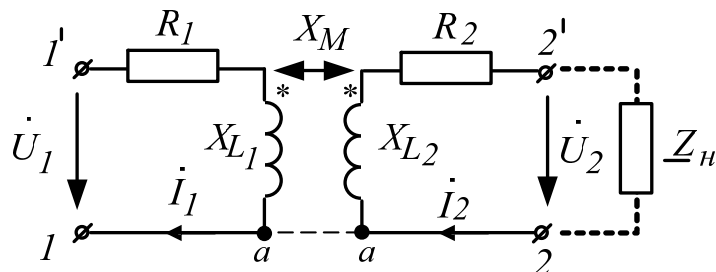


Схема замещения линейного трансформатора:



Уравнения трансформатора в линейном режиме:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_1 jX_{L1} - \dot{I}_2 jX_M = \\ = \dot{U}_{R1} + \dot{U}_{L1} + \dot{U}_{M1} \\ 0 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 R_2 + \dot{I}_2 jX_{L2} - \dot{I}_1 jX_M = \\ \dot{U}_2 + \dot{U}_{R2} + \dot{U}_{L2} + \dot{U}_{M2} \end{cases}$$

где $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_H = \dot{I}_2 (R_H + jX_H)$ - напряжение на нагрузке .

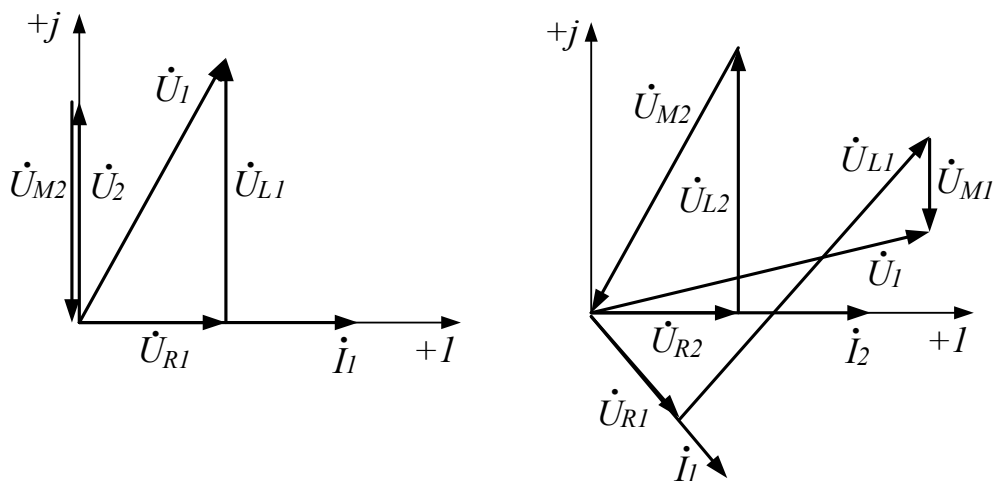
Коэффициент трансформации – это отношение напряжения на зажимах обмотки высшего напряжения (вн) к напряжению на зажимах

обмотки низшего напряжения (нн) в режиме холостого хода: $k_{тр} = \frac{U_{вн}^x}{U_{нн}^x}$.

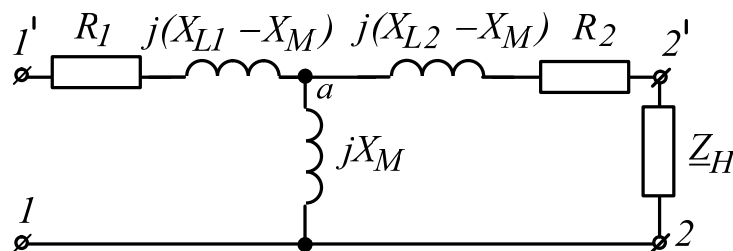
Если $U_1 > U_2$ и $R_1 \ll X_{L1}$, то $k_{тр} = \frac{w_1}{w_2}$, где w_1, w_2 – числа витков первич-

ной и вторичной обмоток. Если в режиме холостого хода ($\underline{Z}_H = \infty, \underline{I}_2 = 0$) $U_1 > U_2$, $k_{тр} > 1$, то трансформатор называют понижающим, если $U_1 < U_2$, $k_{тр} < 1$ – повышающим.

Диаграммы работы трансформатора в режиме холостого хода и короткого замыкания:



Эквивалентная схема трансформатора без индуктивной связи (за общий узел принимается точка *a* в схеме замещения с индуктивной связью):



ТЕМА 6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ИСТОЧНИКАМИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВ

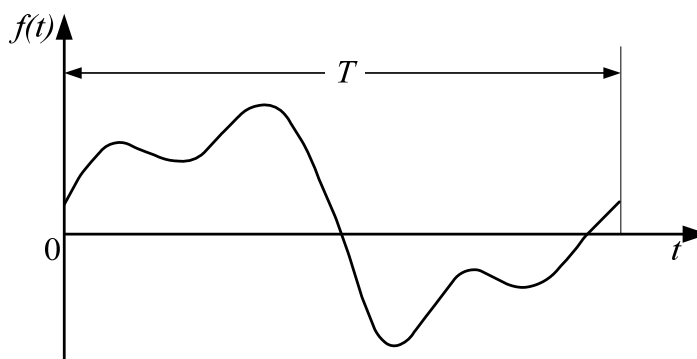
Несинусоидальные периодические напряжения и токи возникают в цепях содержащих нелинейные элементы – электроника, автоматика, радиотехника, и т.д. Расчет таких цепей заключается в следующем:

1. Разложение несинусоидальных ЭДС или токов источников тока в ряд Фурье.

2. Расчет электрической цепи по принципу наложения и определение постоянной и гармонических составляющих токов и напряжений в ветвях цепи.

3. Определение мгновенных или действующих значений токов и напряжений.

Разложение несинусоидальных ЭДС или токов источников тока в ряд Фурье.



Для разложения в ряд Фурье используется следующая форма записи:

$$f(t) = A_0 + \sum_1^{\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k), \quad \text{где } A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$A_{km} = \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2}, \quad \psi_k = \arctg \frac{C_{km}}{B_{km}}, \quad \text{причем}$$

$$B_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^T f(t) \sin(k\omega t) dt, \quad C_{km} = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt$$

Здесь A_0 – постоянная составляющая, $A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$ – первая (основная) гармоника, ее период $T = \frac{2\pi}{\omega}$ равен периоду самой функции.

Все остальные гармоники называются высшими.

Так, $A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$ – гармоническая составляющая k -го порядка, (k -я гармоника), чей период $T_k = \frac{2\pi}{k\omega} = \frac{T}{k}$. Каждой гармонике может быть сопоставлена ее комплексная амплитуда:

$$\dot{A}_{km} = A_{km} e^{j\psi_k} = B_{km} + jC_{km}$$

Действующие и средние значения несинусоидальных величин

Пусть известно разложение некоторого тока в ряд Фурье:

$$i(t) = I_0 + \sum i_k = I_0 + \sum I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k).$$

Найдем его действующее (среднеквадратичное) значение:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{m1}^2}{2} + \frac{I_{m2}^2}{2} + \dots} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}.$$

Действующее значение не зависит от начальных фаз гармоник. Его можно измерить приборами электромагнитной и электродинамической систем (а действующее значение напряжения – еще и электростатическими вольтметрами).

Среднее за период значение тока равно постоянной составляющей в разложении $I_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$ и может быть измерено приборами магнитоэлектрической системы.

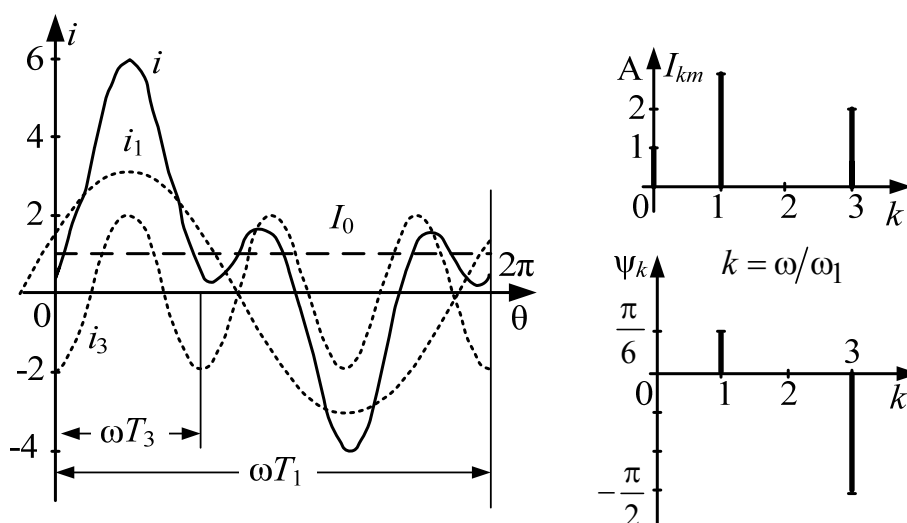
Среднее по модулю значение тока $I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| dt$ измеряется

магнитоэлектрическими приборами с выпрямителем.

Волновые диаграммы и частотные спектры.

Для примера рассмотрим функцию несинусоидального тока в виде ряда Фурье: $i(t) = 1 + 3\sin(\omega t + 30^\circ) + 2\sin(3\omega t - 90^\circ)$, A

Совокупность комплексных амплитуд \dot{A}_{km} всех гармоник данной функции можно рассматривать как ее дискретный спектр. На графике он может быть представлен в виде линейчатых амплитудно- и фазочастотных спектров, которые показывают зависимость амплитуд гармоник A_{km} их начальных фаз ψ_k от номеров гармоник или их частот $k\omega$.



Коэффициенты, характеризующие форму несинусоидальных кривых.

Наиболее часто употребляются следующие коэффициенты:

коэффициент амплитуды k_A , равный отношению наибольшего значения функции к ее действующему значению $k_A = \frac{F_{\max}}{F}$; для синусоиды $k_A = \sqrt{2} = 1,41$.

коэффициент формы k_ϕ , равный отношению действующего значения функции к среднему по модулю $k_\phi = \frac{F}{F_{cp}}$; для синусоиды $k_\phi = 1,11$.

коэффициент искажения k_H , равный отношению действующего значения первой гармоники к действующему значению самой функции $k_H = \frac{F_1}{F}$; для синусоиды $k_H = 1$.

коэффициент гармоник k_G , равный отношению действующего значения высших гармоник к действующему значению основной $k_G = \frac{\sqrt{F_2^2 + F_3^2 + \dots}}{F_1}$; для синусоиды $k_G = 0$

В промышленной сети напряжение несколько отличается от синусоидального. В стандарте вводят понятие *практически синусоидального напряжения*, у которого коэффициент искажения не должен превышать 5%.

Мощность в цепи несинусоидального тока.

Для напряжения и тока двухполюсника, заданных в виде ряда Фурье: $u(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + \sqrt{2}U_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots$

$$i(t) = I_0 + \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t + \beta_1) + \sqrt{2}I_2 \sin(2\omega t + \beta_2) + \dots$$

активная мощность, потребляемая двухполюсником равна: $P = P_0 + P_1 + P_2 + \dots = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \phi_1 + U_2 I_2 \cos \phi_2 + \dots$, Вт, где $\phi_1 = \alpha_1 - \beta_1$, $\phi_2 = \alpha_2 - \beta_2$ - сдвиги фаз между гармониками напряжения и тока.

Реактивная мощность двухполюсника $Q = Q_1 + Q_2 + \dots = U_1 I_1 \sin \phi_1 + U_2 I_2 \sin \phi_2 + \dots$, вар, причем для постоянной составляющей $Q_0 = 0$.

Полная мощность двухполюсника $S = UI = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots} \cdot \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$, ВА

в большинстве случаев для негармонических функций $S \neq \sqrt{P^2 + Q^2}$. Если $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$, то формы несинусоидальных напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ одинаковы.

$$\text{Коэффициент мощности } \cos \phi = \frac{P}{S} \leq 1.$$

В расчетах часто применяют *эквивалентные синусоиды*. При этом реальные несинусоидальные кривые заменяются эквивалентными синусоидами с тем же периодом T , теми же действующими значениями тока и напряжения I, U и таким углом сдвига фаз $\phi_\vartheta = \arccos \frac{P}{UI}$, который обеспечил бы ту же самую активную мощность P .

ТЕМА 7. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

Трехфазная цепь – это совокупность трех электрических цепей (фаз), в которых действуют одинаковые ЭДС одной и той же частоты, сдвинутые друг относительно друга на 120° :

$$e_A = E_m \sin \omega t; \quad e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \quad e_C = E_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

В комплексной форме: $\dot{E}_A = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = E_\phi$; $\dot{E}_B = E_\phi e^{-j120^\circ}$; $\dot{E}_C = E_\phi e^{j120^\circ}$.

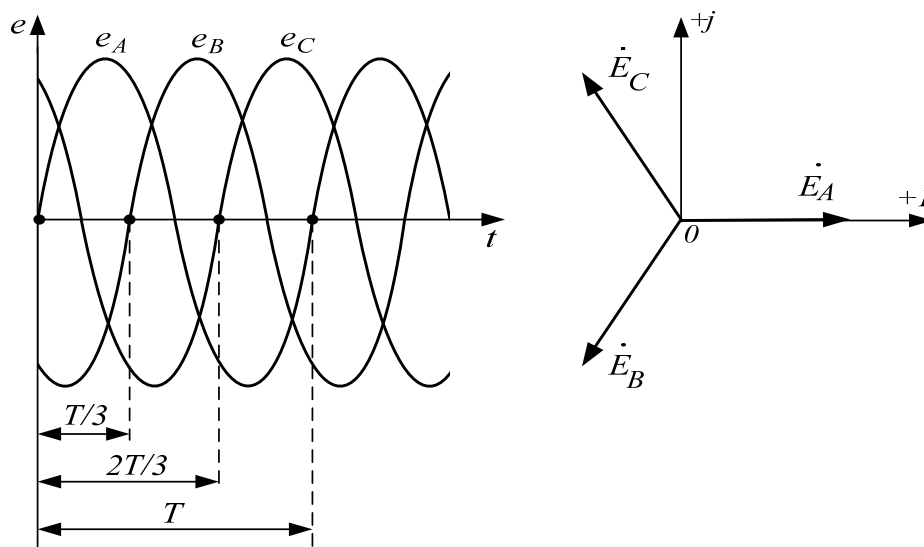
Алгебраическая сумма симметричной трехфазной системы равна нулю:

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E_\phi (1 + a^2 + a) = E_\phi (1 - 0.5 - 0.866j - 0.5 + 0.866j) = 0.$$

Фазный множитель a – это комплексная величина, которая применяется при расчете трехфазных цепей для упрощения записи: $a = e^{j120^\circ} = -0.5 + j0.866$; $a^2 = e^{j240^\circ} = -0.5 - j0.866$; $a^3 = e^{j360^\circ} = 1$

Таким образом: $\dot{E}_A = E_\phi$; $\dot{E}_B = E_\phi a^2$; $\dot{E}_C = E_\phi a$

Система ЭДС (напряжений, токов) называется **симметричной**, если она состоит из одинаковых по модулю ЭДС (напряжений, токов) одной и той же частоты, но сдвинутых относительно друг друга на 120° .



Соединение « звезда – звезда » с нулевым проводом (Y/Y)

Линейные провода – это провода соединяющие источники с приемниками.

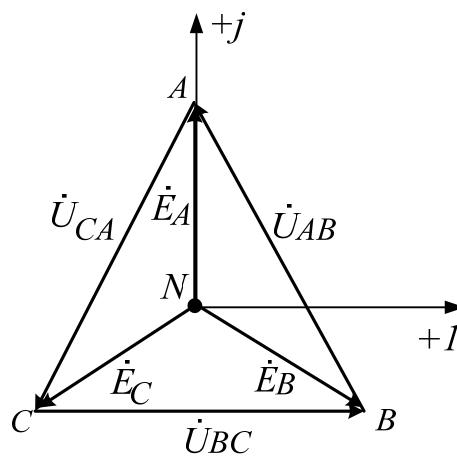
Линейные напряжения – это напряжения между линейными проводами ($\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$). **Линейные токи** ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$) являются одновременно **фазными токами** и текут от источника к приемнику.

Нейтральный провод – это провод, соединяющий нейтральную точку источников N и нейтральную точку приемников n . **Фазные напряжения приемника** – это напряжения между линией и точкой n ($\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$).

Напряжение смещения нейтрали $\dot{U}_N = \dot{I}_N \underline{Z}_N$ показывает смещение точки n по отношению к точке N .



Векторная диаграмма ЭДС и линейных напряжений при соединении фаз генератора звездой:



Линейные напряжения больше фазных ЭДС в $\sqrt{3}$ раз: $\dot{U}_л = \sqrt{3}\dot{E}_\phi e^{j30^\circ}$.

При симметричной нагрузке когда $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$, напряжение смещение нейтрали $\dot{U}_N = 0$ и фазные напряжения на нагрузке равны фазным ЭДС: $\dot{U}_A = \dot{E}_A$, $\dot{U}_B = \dot{E}_B$, $\dot{U}_C = \dot{E}_C$. Линейные (фазные) токи $\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}}$,

$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}}$, $\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}}$ равны по величине и сдвинуты друг относительно друга на 120° .

Соединение «звезда – звезда» при несимметричной нагрузке

Известны \dot{E}_A , $\dot{E}_B = a^2\dot{E}_A$; $\dot{E}_C = a\dot{E}_A$ и $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C$.

Найти все линейные токи: $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ и ток в нейтральном проводе.

1. Нейтральный провод разомкнут $\underline{Z}_N = \infty$, следовательно $\underline{U}_N \neq 0$.

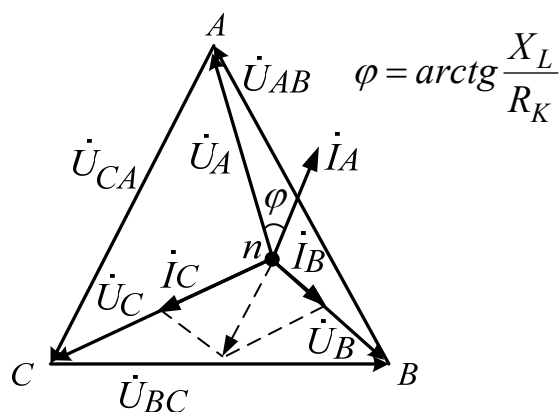
Так как в схеме имеются только два узла, проведем расчет методом узловых потенциалов. Пусть $\phi_N = 0$, тогда напряжение смещения нейтрали равно:

$$\dot{U}_N = \dot{\phi}_n = \frac{\underline{Y}_A \cdot \dot{E}_A + \underline{Y}_B \cdot \dot{E}_B + \underline{Y}_C \cdot \dot{E}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N},$$

где $\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}$; $\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}$; $\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}$; $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$ – проводимости соответствующих ветвей.

Возникает **перекос фаз**, когда фазные напряжения не равны фазным ЭДС. По второму закону Кирхгофа находим фазные напряжения $\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N$, $\dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_N$, $\dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_N$ и линейные токи $\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_N}{\underline{Z}_A}$; $\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_N}{\underline{Z}_B}$; $\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_N}{\underline{Z}_C}$.

Векторная диаграмма построена при активной нагрузке в фазах В и С $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = R$ и при включении в фазу А катушки индуктивности $\underline{Z}_A = R_K + jX_L$

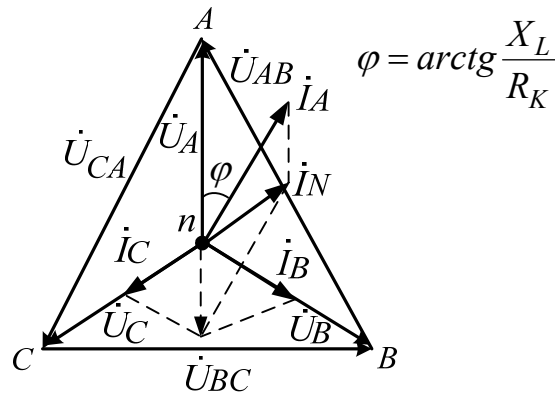


2. Нейтральный провод замкнут $\underline{Z}_N = 0$, следовательно $\dot{U}_N = \dot{I}_N \underline{Z}_N = 0$, $\dot{\phi}_N = \dot{\phi}_n$, перекос фаз устраняется, поэтому $\dot{U}_A = \dot{E}_A$; $\dot{U}_B = \dot{E}_B$; $\dot{U}_C = \dot{E}_C$.

Тогда $\dot{I}_A = \dot{E}_A / \underline{Z}_A$; $\dot{I}_B = \dot{E}_B / \underline{Z}_B$; $\dot{I}_C = \dot{E}_C / \underline{Z}_C$;

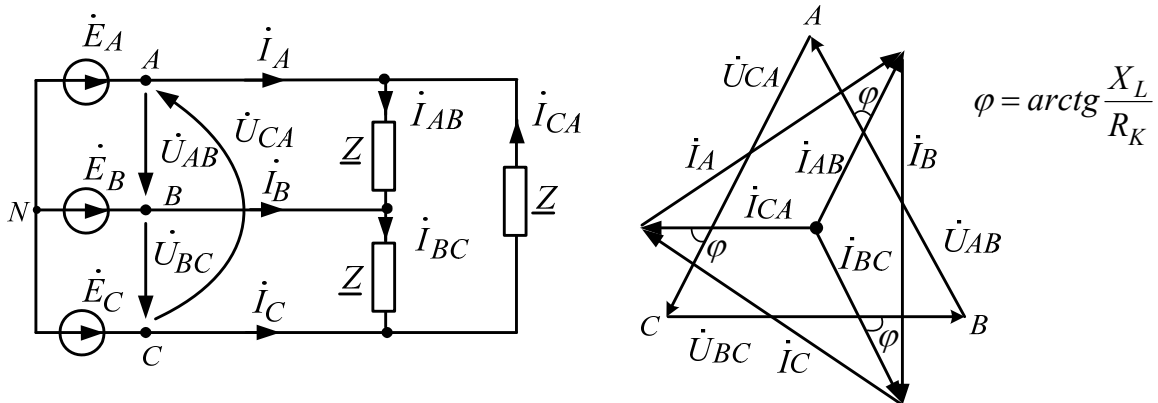
ток нейтрального провода $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_N}{\underline{Z}_N}$.

Векторная диаграмма построена при активной нагрузке в фазах В и С $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = R$ и при включении в фазу А катушки индуктивности $\underline{Z}_A = R_K + jX_L$



Соединение «звезда – треугольник»

Линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ являются одновременно фазными напряжениями на нагрузке. Токи $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$ являются фазными токами, а токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ – линейными токами.



Известны $\dot{E}_A, \dot{E}_B = a^2 \dot{E}_A; \dot{E}_C = a \dot{E}_A$ и $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z} = Z e^{j\phi}$.

Найти линейные и фазные токи.

Определим линейное напряжение $\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B$, тогда по закону Ома

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}} \text{ и } \dot{I}_{BC} = a^2 \dot{I}_{AB}; \dot{I}_{CA} = a \dot{I}_{AB}.$$

По первому закону Кирхгофа определим линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}.$$

При симметричной нагрузке $\dot{I}_n = \sqrt{3} \dot{I}_\phi e^{-j30^\circ}$, следовательно

$\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{AB} e^{-j30^\circ}$, $\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_A$, $\dot{I}_C = a \dot{I}_A$. Векторная диаграмма построена для симметричной нагрузки при включении в фазы катушки индуктивности $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = R_K + jX_L$.

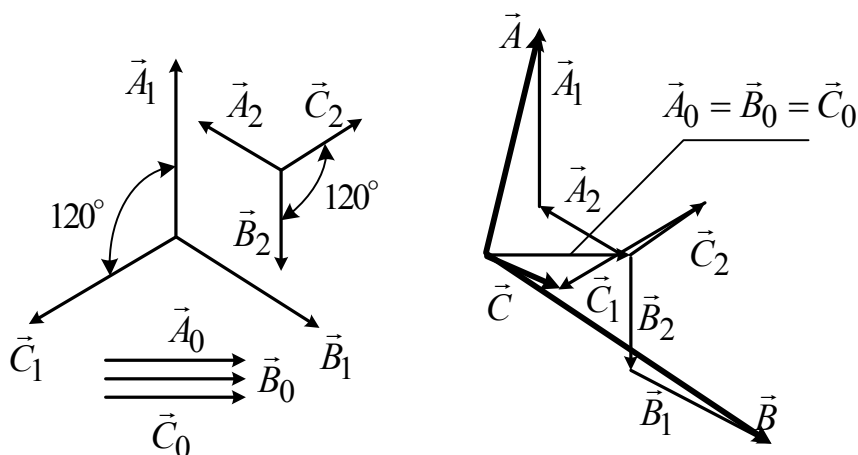
ТЕМА 8. МЕТОД СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Для расчета несимметричных режимов в линейных трехфазных цепях может быть использован метод симметричных составляющих, так как он сводит сложную задачу при наличии несимметрии ЭДС, токов и напряжений к нескольким более простым задачам расчета той же цепи при симметричных режимах [5].

Метод симметричных составляющих относится к специальным методам расчета трехфазных цепей и широко применяется для анализа несимметричного (аварийного) режима динамических трехфазных цепей (генераторы, двигатели, трансформаторы, линии), в том числе с нестатической нагрузкой. В основе метода лежит представление несимметричной трехфазной системы переменных (ЭДС, токов, напряжений и т.п.) в виде суммы трех симметричных систем, которые называют *симметричными составляющими*.

Различают симметричные составляющие *прямой* ($\underline{A}_1, \underline{B}_1, \underline{C}_1$), *обратной* ($\underline{A}_2, \underline{B}_2, \underline{C}_2$) и *нулевой* ($\underline{A}_0, \underline{B}_0, \underline{C}_0$) последовательности.

Симметричные составляющие отличаются друг от друга порядком чередования фаз. Угол сдвига фаз между следующими друг за другом фазными величинами данной последовательности определяется формулой $\theta_\nu = 2\pi\nu/3$, где $\nu = 0, 1, 2$ – индекс последовательности.



Таким образом, симметричные составляющие можно записать в таком виде:

прямая последовательность ($\nu = 1$): $\underline{A}_1 = a\underline{B}_1 = a^2\underline{C}_1$;

обратная последовательность ($\nu = 2$): $\underline{A}_2 = a^2\underline{B}_2 = a\underline{C}_2$;

нулевая последовательность ($\nu = 0$): $\underline{A}_0 = \underline{B}_0 = \underline{C}_0$.

Несимметричная трехфазная система векторов, обозначенных \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} представляет собой сумму векторов ее симметричных составляющих:

$$\begin{cases} \underline{A} = \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_0; \\ \underline{B} = \underline{B}_1 + \underline{B}_2 + \underline{B}_0 = a^2 \underline{A}_1 + a \underline{A}_2 + \underline{A}_0; \\ \underline{C} = \underline{C}_1 + \underline{C}_2 + \underline{C}_0 = a \underline{A}_1 + a^2 \underline{A}_2 + \underline{A}_0. \end{cases}$$

Сложим эти три уравнения с учетом, что $a^2 + a + 1 = 0$, получим:

$$\underline{A}_0 = (\underline{A} + \underline{B} + \underline{C})/3.$$

$$\underline{A}_1 = (\underline{A} + a\underline{B} + a^2\underline{C})/3;$$

$$\underline{A}_2 = (\underline{A} + a^2\underline{B} + a\underline{C})/3.$$

Очевидно, что симметричная система ЭДС данной последовательности вызывает в симметричном приемнике симметричные системы токов и напряжений той же самой последовательности. В этом заключается *принцип независимости действия симметричных составляющих в симметричной трехфазной цепи*. Поэтому метод симметричных составляющих, как своеобразный метод наложения, идеально подходит для расчета токов и напряжений в цепи, где несимметричная система ЭДС подключена к симметричной нагрузке.

Система нулевой последовательности представляет собой неуравновешенную систему и считается симметричной только по формальным признакам. Отдельные подсистемы, в которых действует каждая из симметричных составляющих этой системы, могут отличаться как конфигурацией, так и величиной сопротивлений в силу особенностей поведения этих составляющих даже в симметричной трехфазной цепи.

При расчете несимметричных режимов трехфазных цепей методом симметричных составляющих необходимо учитывать следующие особенности:

1. В трехфазной цепи с нейтральным проводом ток в нем равен сумме линейных токов, т. е. утроенному значению составляющей нулевой последовательности этих токов:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 3\dot{I}_{\text{ЛО}}$$

В цепи же без нейтрального провода сумма линейных токов равна нулю, поэтому линейные токи не могут иметь составляющих нулевой последовательности: $\dot{I}_{\text{ЛО}} = 0$.

2. Сумма линейных напряжений всегда равна нулю, поэтому они не содержат составляющих нулевой последовательности: $\dot{U}_{\text{ЛО}} = 0$.

3. Фазные напряжения симметричной статической нагрузки, соединенной звездой, не содержат составляющих нулевой последовательности.

ности, отсюда сумма фазных напряжений равна нулю. Действительно, поскольку $\underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C$, то

$$\dot{U}_A = (\dot{U}_{AB}\underline{Y}_B - \dot{U}_{CA}\underline{Y}_A) / (\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C) = (\dot{U}_{AB} - \dot{U}_{CA}) / 3.$$

$$\text{Аналогично, } \dot{U}_B = (\dot{U}_{BC} - \dot{U}_{AB}) / 3, \quad \dot{U}_C = (\dot{U}_{CA} - \dot{U}_{BC}) / 3.$$

$$\text{Тогда } \dot{U}_{\phi 0} = (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) / 3 = 0.$$

4. Сопротивления фаз нагрузки токам разных последовательностей в общем случае различны:

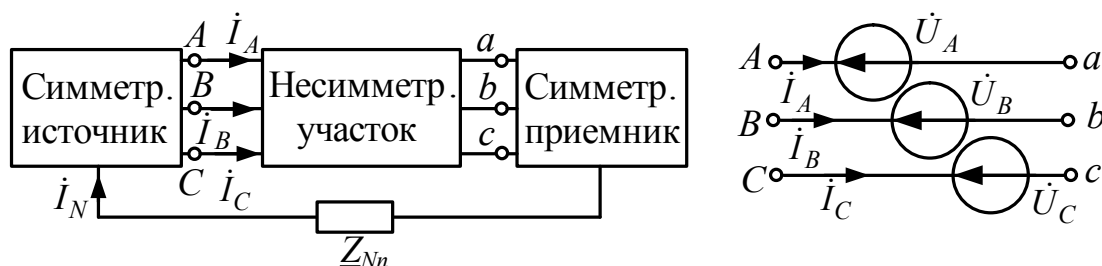
$$\underline{Z}_1 = \dot{U}_{A1} / \dot{I}_{A1} = \dot{U}_{B1} / \dot{I}_{B1} = \dot{U}_{C1} / \dot{I}_{C1} = \dot{U}_1 / \dot{I}_1;$$

$$\underline{Z}_2 = \dot{U}_2 / \dot{I}_2; \quad \underline{Z}_0 = \dot{U}_0 / \dot{I}_0.$$

Нормальным режимом работы динамической трехфазной цепи является симметричный режим. В некоторых случаях (как правило, связанных с авариями – обрыв линейного провода, короткое замыкание фазы и т. п.) в цепи появляется несимметричный участок. Остальные участки симметричны, в том числе источники электрической энергии. Такая цепь называется цепью с *местной несимметрией*.

Если на основе теоремы компенсации заменить несимметричный участок соответствующей трехфазной системой источников напряжения или тока, то получится симметричная цепь, в которой действует несимметричная трехфазная система ЭДС или токов эквивалентных источников. В соответствии с условиями замены можно составить необходимые дополнительные уравнения для их определения. Такую цепь можно рассчитывать методом симметричных составляющих.

Цепь с продольной несимметрией имеет несимметричный участок, включенный последовательно в фазы линии или нагрузки.



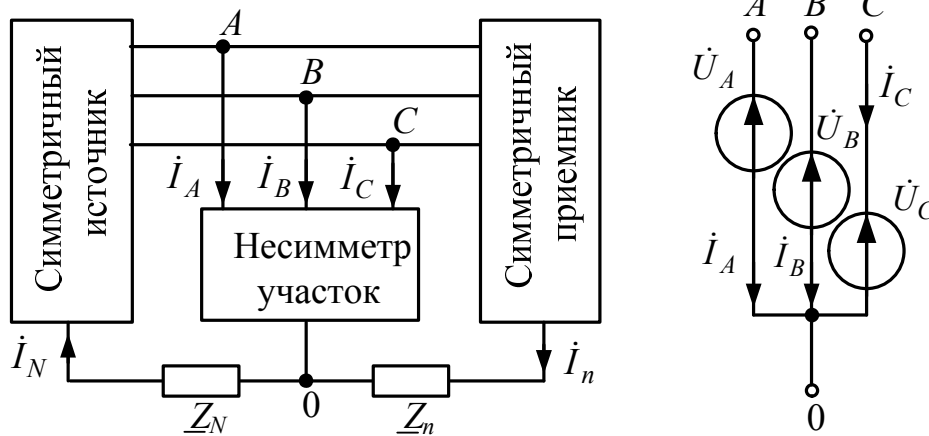
Согласно теореме компенсации заменим фазы этого участка источниками ЭДС, которые равны падениям напряжения на элементах участка. В результате получим симметричную цепь с несимметричным трехфазным источником. Если комплексные сопротивления фаз несимметричного участка известны, то вводимые вместо них фазные ЭДС связаны с токами законом Ома: $\dot{U}_A = \dot{I}_A \underline{Z}_A; \dot{U}_B = \dot{I}_B \underline{Z}_B; \dot{U}_C = \dot{I}_C \underline{Z}_C;$

Это условия несимметрии, которые следует использовать вместе с уравнениями метода симметричных составляющих для определения не-

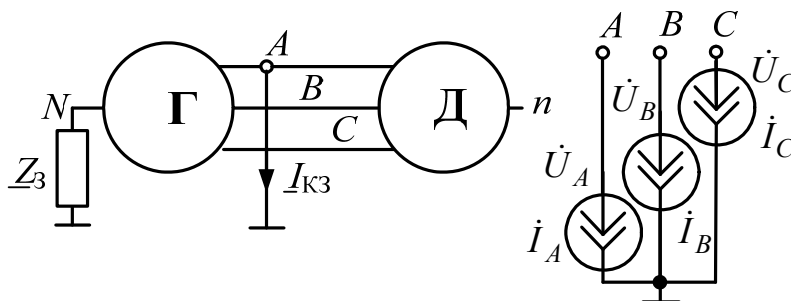
известных токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ и напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$. Сопротивления могут принимать любые значения от нуля и до бесконечно больших величин. Например, в случае обрыва линейного провода между точками A и a и неповрежденных проводах двух других фаз окажется $\underline{Z}_A \rightarrow \infty$. Если сопротивления проводов линии пренебречь или включить их в параметры симметричных участков, то условия несимметрии будут выглядеть так: $\dot{I}_A = 0, \dot{U}_B = 0, \dot{U}_C = 0$.

Цепь с поперечной несимметрией имеет несимметричный участок, подключенный параллельно фазам нагрузки или между фазами линии и нулевым проводом, роль которого может играть и «земля».

С помощью теоремы компенсации получаем, как в предыдущем случае, симметричную цепь с несимметричной системой эквивалентных ЭДС. Условия несимметрии при известных сопротивлениях фаз несимметричного участка останутся теми же $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C$.



Иногда удобно использовать замену несимметричного участка системой эквивалентных источников тока $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$. Например, при коротком замыкании одной фазы линии (A) на землю в системе генератор–двигатель, фазы которых соединены звездой, причем нейтральная точка генератора заземлена:



Примеры расчета несимметричных режимов в линейных трехфазных цепях методом симметричных составляющих подробно изложены в [6].

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

Темы расчетно-графических работ, рекомендуемые к выполнению учебной программы по ТОЭ ч.1[7]:

РГР №1 «Расчет линейной цепи постоянного тока».

РГР №2 «Расчет линейной цепи синусоидального тока».

РГР №3 «Расчет линейной электрической цепи с периодическими негармоническими напряжениями и токами»

РГР №4 «Расчет линейной трехфазной цепи».

К представленным на рецензию индивидуальным домашним заданиям предъявляются следующие требования:

1. Задания должны быть выполнены на чистых листах бумаги формата А4, обязательно сшитых.
2. Основные действия при выполнении задания должны сопровождаться достаточно подробными пояснениями.
3. Рисунки, графики, схемы, в том числе и заданные условием задачи, должны быть выполнены на отдельном листе бумаги (странице) аккуратно и в удобном для чтения масштабе.
4. Вычисления должны быть выполнены с точностью до третьей значащей цифры.
5. Задание должно быть подписано студентом и указана дата.

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА №1 РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Граф электрической цепи представлен на рис.1. Граф содержит 4 узла – a, b, c, d , между которыми подключены 6 ветвей – ab, ac, bc, bd, da, dc . Ветви содержат активные и пассивные элементы электрической цепи, обозначенные номерами 1...6 (рис.2). В таблице №1 заданы параметры источников электрической энергии E_1, E_2, J , в таблице №2 заданы параметры пассивных элементов – R, L, C , в таблице №3 заданы варианты компоновки электрической цепи.

Номер варианта каждого студента содержит 4 цифры – первая цифра номера соответствует данным из табл.№1, вторая цифра но-

мера – данным из табл.№2, третья и четвертая цифра номера соответствуют варианту схемы из табл.№3.

1. Изобразить схему для расчета параметров режима цепи при постоянных во времени источниках энергии: $e_1(t)=E_1$, $e_2(t)=E_2$, $J(t)=J$. Считать, что в данной цепи индуктивность имеет нулевое сопротивление, а емкость – нулевую проводимость,

2. Заменяя ветви с параллельным и последовательным соединениями резисторов на эквивалентные, преобразовать схему до трех контуров.

3. Задать направления токов в ветвях схемы (в ветвях содержащих источники ЭДС токи задать по направлению ЭДС).

4. Составить систему уравнений состояния цепи по законам Кирхгофа, рассчитать токи всех ветвей и напряжение на источнике тока.

5. Используя метод контурных токов рассчитать токи всех ветвей и напряжение на источнике тока по второму закону Кирхгофа

6. Методом узловых потенциалов рассчитать токи всех ветвей и напряжение на источнике тока.

7. Определить показание вольтметра включенного параллельно ветви №6.

8. Составить баланс мощностей, вычислив суммарную мощность источников энергии, и суммарную мощность, потребляемую резисторами. Небаланс не должен превышать 3 %.

9. Представить схему относительно ветви №4 с сопротивлением $2R$ эквивалентным генератором и определить его параметры ($E_{г}$, $R_{г}$, $I_{кз}$). Аналитически и графически с использованием внешней характеристики эквивалентного генератора определить ток в сопротивлении $2R$.

10. Построить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура без источника тока.

Результаты расчета токов по трем методам свести в таблицу и сравнить.

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА №2 **РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

Для схемы, параметры которой соответствуют своему номеру варианта, при частоте $f = 50$ Гц заданы параметры источников ЭДС и тока: $e_1(t) = E_1\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ)$ В , $e_2(t) = E_2\sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ)$ В , $J(t) = J\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$ А. Необходимо выполнить следующее:

1. Изобразить схему цепи синусоидального тока и полагая взаимную индуктивность равной $M = L/2$ обозначить индуктивную связь между катушками.
2. Преобразовать схему, заменив ветви с параллельным и последовательным соединениями резисторов на эквивалентные и в общем (буквенном) виде составить полную систему уравнений состояния цепи по законам Кирхгофа для мгновенных значений.
3. Представить сопротивления ветвей и действующие значения ЭДС и тока источников в комплексной форме и изобразить комплексную схему замещения цепи.
4. В полученной схеме методом уравнений Кирхгофа рассчитать комплексы действующих значений токов ветвей и напряжения на источнике тока.
5. Составить баланс активных и реактивных мощностей источников и потребителей электрической энергии. Небаланс как по активной, так и по реактивной мощностям не должен превышать 3 %.
6. Сделать развязку индуктивной связи, представить схему относительно ветви №4 с сопротивлением $2R$ эквивалентным генератором и определить его параметры ($EГ$, $ZГ$), Рассчитать ток в сопротивлении $2R$.
7. Определить показание вольтметра включенного параллельно ветви №6.
8. Построить топографическую векторную диаграмму напряжений, совмещенную с лучевой векторной диаграммой токов для контура с индуктивной связью.

Таблица №1

№ вар	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$E_1, В$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120
$E_2, В$	100	120	150	180	200	220	250	50	60	80
$J, А$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Таблица №2

№ вар	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$R, Ом$	10	20	30	40	50	60	80	100	120	140
$L, мГн$	31,84	63,7	95,54	127,3	159,2	191	254,7	318,4	382,1	445,8
$C, мкФ$	318,4	159,23	106,1	79,62	63,7	53,08	39,8	31,847	26,54	22,74

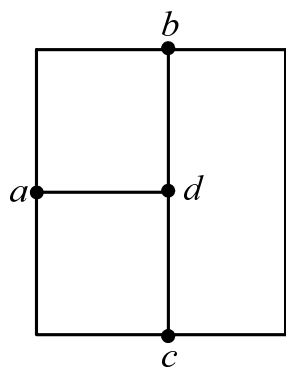


Рис.1. Граф электрической цепи

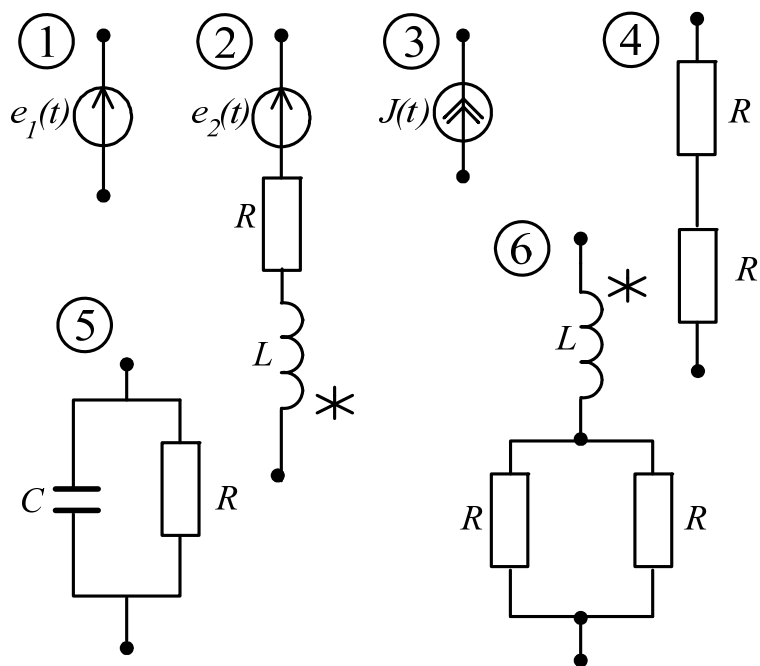


Рис.2. Элементы электрической цепи

Таблица №3

Ветви	<i>ab</i>	<i>ac</i>	<i>bc</i>	<i>bd</i>	<i>da</i>	<i>dc</i>
№ вар.						
01	3	1	6	2	5	4
02	3	1	5	4	6	2
03	2	6	1	5	3	4
04	1	5	2	6	3	4
05	1	5	3	4	2	6
06	6	2	1	5	3	4
07	1	5	6	2	3	4
08	1	5	3	4	6	2
09	2	6	1	3	4	5
10	1	3	2	6	4	5
11	1	3	4	5	2	6
12	6	2	1	3	4	5
13	1	3	6	2	4	5
14	1	3	4	5	6	2
15	2	6	4	1	3	5
16	4	1	2	6	3	5
17	4	1	3	5	2	6
18	6	2	4	1	3	5
19	4	1	6	2	3	5

20	4	1	3	5	6	2
21	2	6	1	3	5	4
22	1	3	2	6	5	4
23	1	3	5	4	2	6
24	6	2	1	3	5	4
25	1	3	6	2	5	4
26	1	3	5	4	6	2
27	2	6	3	1	5	4
28	3	1	2	6	5	4
29	3	1	5	4	2	6
30	6	2	3	1	5	4

**РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА №3
РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С
ПЕРИОДИЧЕСКИМИ НЕГАРМОНИЧЕСКИМИ
НАПРЯЖЕНИЯМИ И ТОКАМИ**

Для электрической цепи, схема и параметры которой соответствуют номеру варианта РГР №1, №2, действуют источники при $f = 50$ Гц:

$$e_1(t) = E_1 + \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + 90^\circ) + \sqrt{2} \frac{E_1}{2} \sin(3\omega t - 90^\circ) \quad \text{В,}$$

$$e_2(t) = E_2 + \sqrt{2}E_2 \sin(\omega t - 45^\circ) \quad \text{В,}$$

$$J(t) = J + \sqrt{2}J \sin(\omega t + 30^\circ) + \sqrt{2} \frac{J}{2} \sin(3\omega t) \quad \text{А,}$$

выполнить следующее:

1. Методом уравнений Кирхгофа рассчитать комплексы действующих значений токов ветвей и напряжение на источнике тока для третьей гармоники.
2. Составить баланс активных и реактивных мощностей источников и потребителей электрической энергии для третьей гармоники. Небаланс как по активной, так и по реактивной мощностям не должен превышать 3 %.
3. Используя данные расчетно-графических работ №1 и №2 записать мгновенное значение напряжения вольтметра $U_V(t)$, включённого параллельно ветви №6.
4. Определить показание вольтметра:
 - магнитоэлектрической системы,
 - электромагнитной системы.

5. Построить график несинусоидального напряжения вольтметра и частотные спектры амплитуд и фаз для этого напряжения.
6. Рассчитать коэффициенты амплитуды и искажения для кривой напряжения $U_V(t)$.
7. Используя данные расчетно-графических работ №1 и №2 рассчитать активную, реактивную, полную мощность и мощность искажения для источника тока.

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА №4 РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

На рис.3.1-3.3 представлен граф электрической цепи. Элементы цепи помещаемые между зажимами представлены на рис.4. Параметры цепи заданы в таблицах №4, №5.

Номер варианта соответствует номеру в РГР №1, №2, №3: первая цифра номера соответствует данным из табл.№4, вторая цифра – данным из табл.№5, третья и четвертая цифра номера соответствуют варианту схемы из табл.№6.

Для заданной схемы с симметричной системой фазных ЭДС и прямым порядком чередования фаз при $e_A(t) = E\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha)$, где $\omega = 314$ рад/с, **выполнить следующее:**

1. По номеру варианта изобразить исходную схему для расчета.
2. **В симметричном режиме (до срабатывания ключа К)**
 - а) преобразовать схему включения нагрузки до эквивалентной звезды и определить комплексы действующих значений токов и напряжений, рассчитать показание ваттметра;
 - б) в исходной схеме расчетом на одну фазу определить комплексы действующих значений токов и напряжений;
 - в) рассчитать балансы активных и реактивных мощностей;
 - г) построить совмещенные векторные диаграммы токов и напряжений.
3. **В несимметричном режиме (после срабатывания ключа К)**
 - а) методом узловых потенциалов для не преобразованной схемы определить комплексы действующих значений токов и напряжений, рассчитать показание ваттметра;
 - б) составить балансы активных и реактивных мощностей,
 - в) построить совмещенные векторные диаграммы токов и напряжений.

Таблица №4

№ вар	Е	α
	В	град
1	127	0
2	220	30
3	380	45
4	220	60
5	127	90
6	220	180
7	380	-30
8	220	-45
9	127	-60
0	380	-90

Таблица №5

№ вар	Л	С	R
	мГн	мкФ	Ом
1	636.94	31,8	100
2	573.24	35,3	90
3	509.56	39,8	80
4	445.86	45,4	70
5	382.16	53	60
6	318.48	63,6	50
7	254.78	79,6	40
8	191.08	106,1	30
9	126.78	159,2	20
0	63.7	318,4	10

Таблица №6

№ вар.	Рис. №	1-1	2-2	3-3	4-4	5-5	6-6	7-7
01	3.1	3	4	5	1	6	1	1
02	3.1	4	3	5	1	1	6	1
03	3.1	5	4	3	1	1	1	6
04	3.1	3	5	4	1	6	1	1
05	3.1	3	4	5	2	6	1	1
06	3.1	4	3	5	2	1	6	1
07	3.1	5	4	3	2	1	1	6
08	3.1	3	5	4	2	6	1	1
09	3.1	3	4	3	1	1	6	1
10	3.1	4	5	3	2	1	1	6
11	3.2	3	4	5	1	6	1	1
12	3.2	4	3	5	1	1	6	1
13	3.2	5	4	3	1	1	1	6
14	3.2	3	5	4	1	6	1	1
15	3.2	3	4	5	2	6	1	1
16	3.2	4	3	5	2	1	6	1
17	3.2	5	4	3	2	1	1	6
18	3.2	3	5	4	2	6	1	1
19	3.2	3	4	3	2	1	6	1
20	3.2	5	3	3	1	1	1	6
21	3.3	3	4	5	-	6	1	1
22	3.3	4	3	5	-	1	6	1

23	3.3	5	3	4	-	1	1	6
24	3.3	3	5	4	-	6	1	1
25	3.3	3	4	3	-	1	6	1
26	3.3	4	3	4	-	1	1	6
27	3.3	5	3	5	-	6	1	1
28	3.3	3	4	4	-	1	6	1
29	3.3	3	5	5	-	1	1	6
30	3.3	4	4	3	-	6	1	1

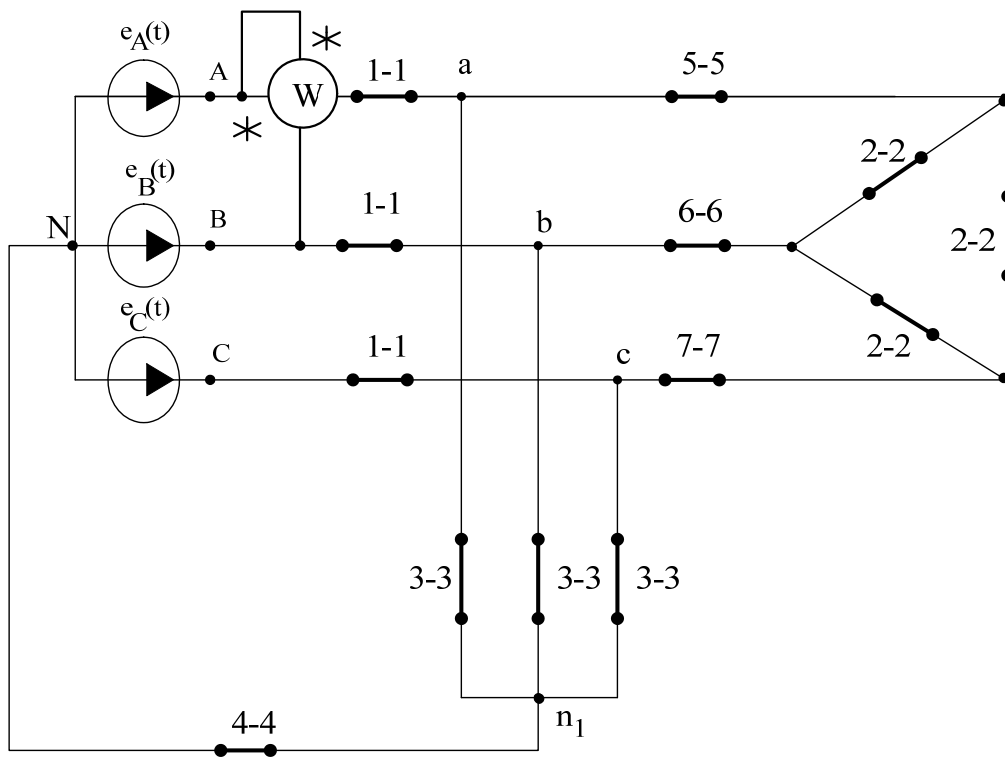


Рис.3.1

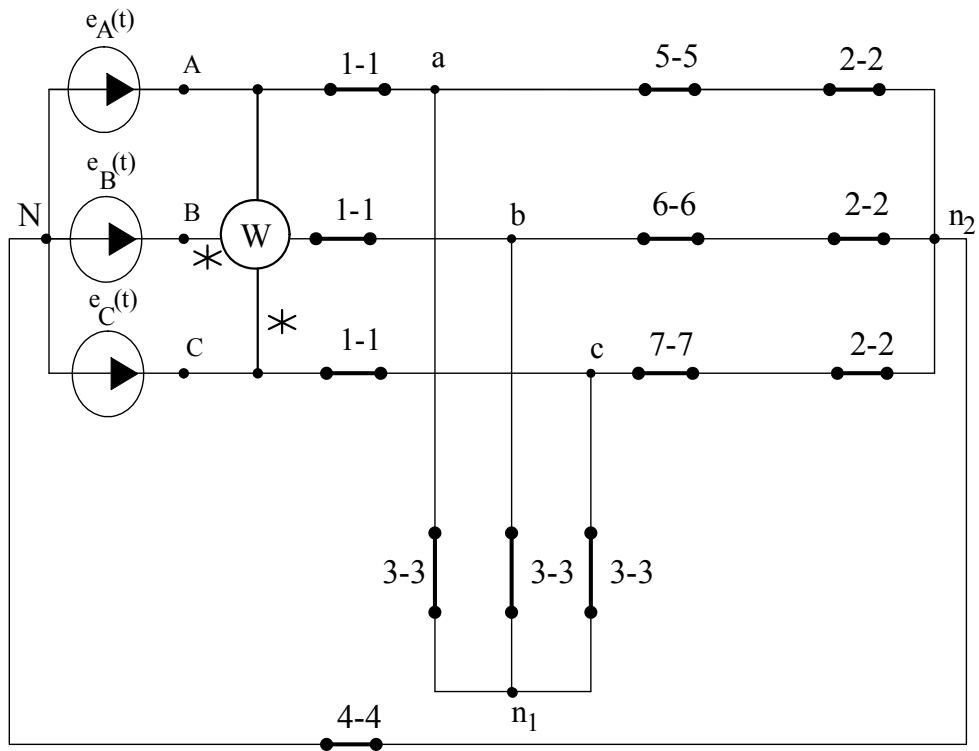


Рис.3.2

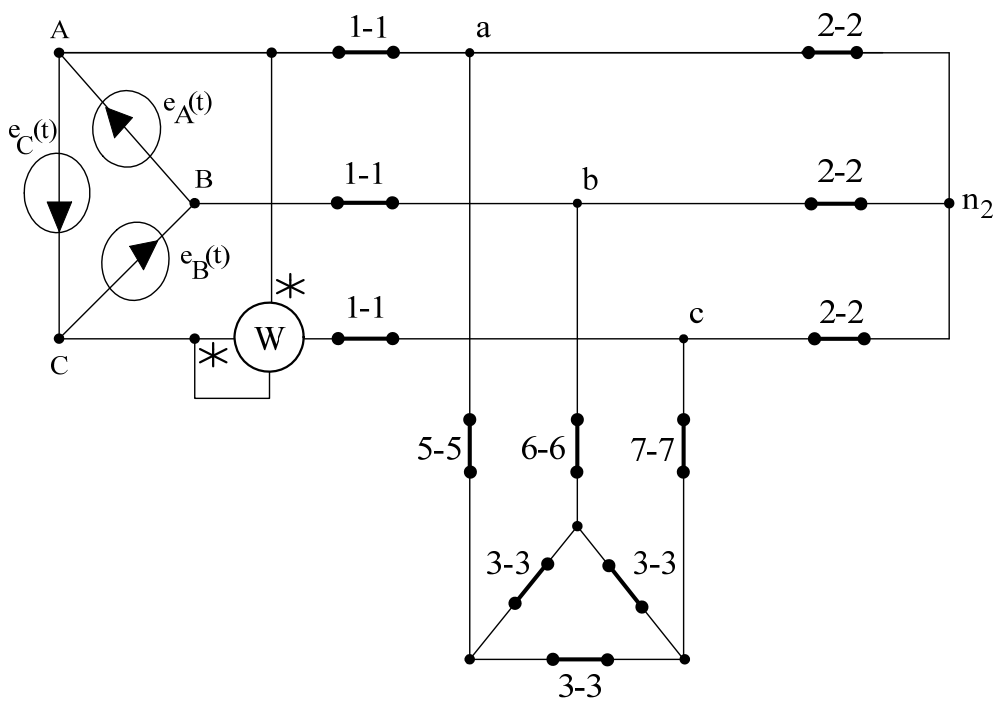


Рис.3.3

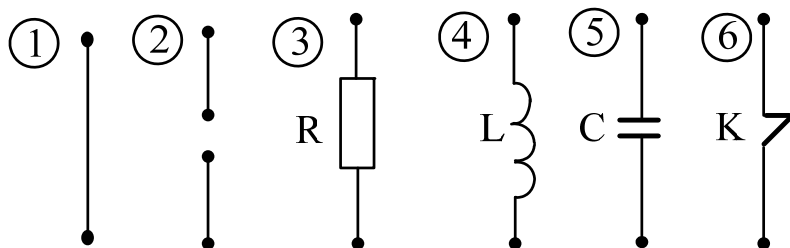


Рис.4. Элементы электрической цепи

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №1

Порядок решения РГР №1 следующий.

1. Используя таблицу 1, определяем структуру схемы (номер условный, в таблице такого номера нет):

Ветви	<i>ab</i>	<i>ac</i>	<i>bc</i>	<i>bd</i>	<i>da</i>	<i>dc</i>
№ вар.						
	1	6	5	3	4	2

Из табл.2 находим параметры элементов цепи (параметры также условные):

№ вар.	E_1	E_2	J	R	L	C
	В	В	А	Ом	мГн	мкФ
	100	50	2	110	350	28.95

По заданному графу построим схему электрической цепи (рис.5).

Примечание: в цепи постоянного тока индуктивность имеет нулевое сопротивление и заменяется «закороткой», а ёмкость – нулевую проводимость и заменяется «разрывом цепи».

2. Преобразуем схему до трех контуров:

В ветви *da* сопротивления включены последовательно, а в ветви *ac* – параллельно, поэтому

$$R_{da} = R + R = 2R = 2 \cdot 110 = 220 \text{ Ом} \quad ;$$

$$R_{ac} = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2} = \frac{110}{2} = 55 \text{ Ом}$$

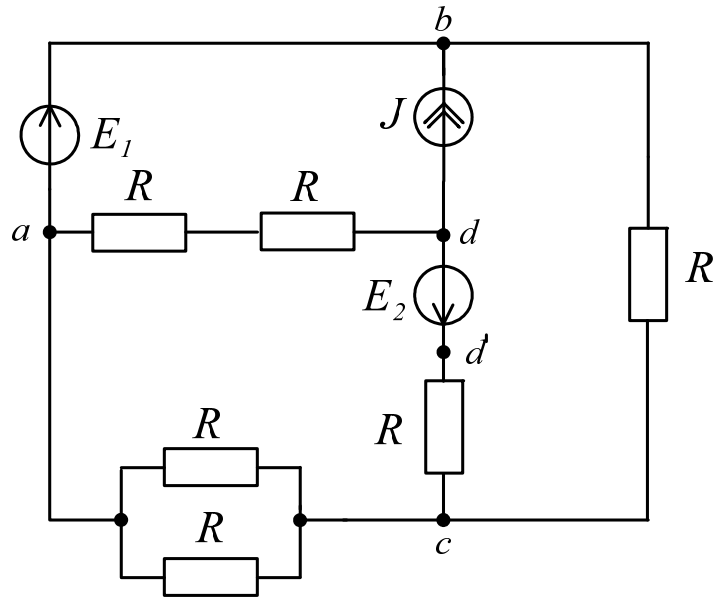


Рис.5. Схема электрической цепи

3. Выбираем положительные направления токов. В ветвях, содержащих ЭДС – по направлению ЭДС, в остальных ветвях – произвольно. Расчетная схема электрической цепи с указанными направлениями токов в ветвях и напряжением на источнике тока приведена на рис.6.

4. В общем (буквенном) виде составляем полную систему уравнений состояния цепи по законам Кирхгофа для расчета токов всех ветвей и напряжения на источнике тока.

Схема содержит $N_V = 4$ узла и $N_B = 6$ ветвей. Следовательно, по первому закону Кирхгофа можно составить: $N_V - 1 = 4 - 1 = 3$ независимых уравнения, а по второму закону Кирхгофа: $N_B - N_V + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$ независимых уравнения. На схеме рис.6 пунктирной линией показано направление обхода контуров.

$$\text{Узел } b: \quad I_1 - I_4 = -J$$

$$\text{Узел } c: \quad I_2 + I_4 - I_3 = 0$$

$$\text{Узел } a: \quad I_3 - I_1 - I_5 = 0$$

$$\text{Контур 1: } U_J - I_5 \cdot 2R = E_1$$

$$\text{Контур 2: } I_2 \cdot R + I_3 \cdot \frac{R}{2} + I_5 \cdot 2R = E_2$$

$$\text{Контур 3: } I_2 \cdot R - I_4 \cdot R + U_J = E_2$$

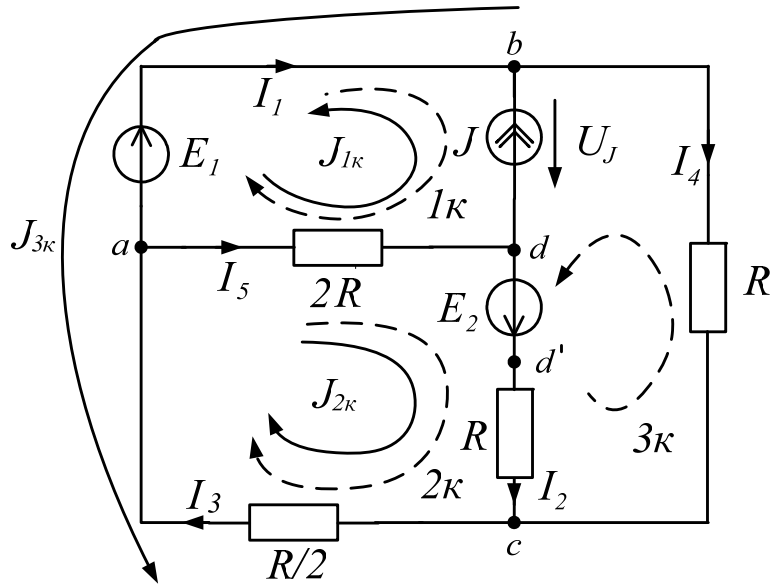


Рис.6. Расчетная схема

С помощью программы MATCAD производим расчет уравнений в матричной форме:

$$\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -220 & 1 \\ 0 & 110 & 55 & 0 & 220 & 0 \\ 0 & 110 & 0 & -110 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 50 \\ 50 \end{pmatrix} \quad \mathbf{i} := \mathbf{a}^{-1} \cdot \mathbf{b} \quad \mathbf{i} = \begin{pmatrix} -1.009 \\ -1.155 \\ -0.164 \\ 0.991 \\ 0.845 \\ 286 \end{pmatrix}$$

Значение токов ветвей схемы и напряжение на источнике тока:

$$I_1 = -1.009 \text{ A}, I_2 = -1.155 \text{ A}, I_3 = -0.164 \text{ A}, I_4 = 0.991 \text{ A},$$

$$I_5 = 0.845 \text{ A}, U_J = 286 \text{ B}$$

5. Методом контурных токов определяем токи в ветвях.

Выбираем независимые контуры. В рассматриваемой схеме их три (рис.6). При этом, поскольку ветвь *bd* содержит идеальный источник тока, эта ветвь может входить только в один контур. Ток этого контура равен току источника: $J_{2k} = J = 2 \text{ A}$.

Для остальных контурных токов составляем уравнения:

$$\begin{cases} J_{2к} (2R + R + \frac{R}{2}) + J_{1к} 2R - J_{3к} \frac{R}{2} = E_2 \\ J_{3к} (R + \frac{R}{2}) + J_{1к} \cdot 0 - J_{2к} \frac{R}{2} = -E_1 \end{cases}$$

После переноса в правую часть постоянных коэффициентов уравнения примут вид:

$$\begin{cases} J_{2к} (2R + R + \frac{R}{2}) - J_{3к} \frac{R}{2} = E_2 - J_{1к} 2R \\ -J_{2к} \frac{R}{2} + J_{3к} (R + \frac{R}{2}) = -E_1 \end{cases}$$

Численно получим:

$$\begin{cases} 385J_{2к} - 55J_{3к} = -390 \\ -55J_{2к} + 165J_{3к} = -100 \end{cases}$$

В матричной форме уравнения будут иметь вид:

$$\begin{pmatrix} 385 & -55 \\ -55 & 165 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} J_{2к} \\ J_{3к} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -390 \\ -100 \end{pmatrix}$$

После расчета получим:

$$J_{2к} = -1.155 \text{ A}; J_{3к} = -0.991 \text{ A}.$$

Определяем токи ветвей:

$$I_1 = -J_{1к} - J_{3к} = -2 + 0.991 = -1.009 \text{ A};$$

$$I_2 = J_{2к} = -1.155 \text{ A};$$

$$I_3 = J_{2к} - J_{3к} = -1.155 + 0.991 = -0.164 \text{ A};$$

$$I_4 = -J_{3к} = 0.991 \text{ A};$$

$$I_5 = J_{1к} + J_{2к} = 2 - 1.155 = 0.845 \text{ A}.$$

Согласно второму закону Кирхгофа,

$$U_J - I_5 R + I_1 \cdot 0 = E_1,$$

Отсюда

$$U_J = I_5 R + E_1 = 0.845 \cdot 220 + 100 = 286 \text{ B}.$$

6. Определим токи в ветвях схемы методом узловых потенциалов. Между узлами **a** и **b** включена ветвь с идеальным источником ЭДС без сопротивления. Поэтому в качестве базисного ($\phi = 0$) удобно принять узел **a**, тогда $\phi_a = 0$; $\phi_b = E_1 = 100 \text{ B}$.

Для узлов **c** и **d** составляем узловые уравнения:

$$\begin{cases} \phi_c \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{2}{R} \right) - \phi_d \frac{1}{R} - \phi_b \frac{1}{R} = \frac{E_2}{R} \\ -\phi_c \frac{1}{R} + \phi_d \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \right) = -J - \frac{E_2}{R} \end{cases}$$

Перенеся слагаемое $\phi_b \frac{1}{R}$ в правую часть уравнения и подставив

известные числовые значения, получаем:

$$\begin{cases} \phi_c \left(\frac{1}{110} + \frac{1}{110} + \frac{2}{110} \right) - \phi_d \frac{1}{110} = \frac{50}{110} + \frac{100}{110} \\ -\phi_c \frac{1}{110} + \phi_d \left(\frac{1}{110} + \frac{1}{220} \right) = -2 - \frac{50}{110} \end{cases}$$

В матричной форме уравнения будут иметь вид:

$$\begin{pmatrix} 0.03636 & -0.00909 \\ -0.00909 & 0.0136363 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \phi_c \\ \phi_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.3636 \\ -2.4545 \end{pmatrix}$$

После расчета получим:

$$\phi_c = -9 \text{ В}, \phi_d = -186 \text{ В}$$

Токи в ветвях схемы определяются по обобщенному закону Ома:

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_c + E_2}{R} = \frac{-186 + 9 + 50}{110} = -1.154 \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{2 \cdot \varphi_c}{R} = \frac{2(-9)}{110} = -0.163 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R} = \frac{100 + 9}{110} = 0.991 \text{ А}$$

$$I_5 = -\frac{\varphi_d}{2R} = \frac{186}{220} = 0.845 \text{ А}$$

$$U_J = \varphi_b - \varphi_d = 100 + 186 = 286 \text{ В}$$

Ветвь **ab** содержит только одну ЭДС E_1 и проводимость этой ветви равна ∞ , поэтому ток I_1 невозможно определить через потенциалы узлов. Для узла **a** составим уравнение по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 = I_3 - I_5 = -0.163 - 0.845 = -1.008 \text{ А}.$$

7. Составляем уравнение баланса мощности.

Мощность источников:

$$P_u = E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_J J = 100(-1.009) + 50(-1.155) + 286 \cdot 2 = 413.35 \text{ Вт}$$

Мощность потребителей:

$$P_n = I_2^2 R + I_3^2 \frac{R}{2} + I_4^2 R + I_5^2 2R =$$

$$(-1.155)^2 \cdot 110 + (-0.164)^2 \cdot 55 + 0.991^2 \cdot 110 + 0.845^2 \cdot 220 = 413.336 \text{ Вт}$$

Погрешность расчета (небаланс) составила

$$\delta = \left| \frac{P_u - P_n}{P_u} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{413.36 - 413.336}{413.36} \right| \cdot 100\% = 0,0058\%.$$

Таким образом, небаланс в пределах допуска ($\delta \leq 1\%$).

8. Определим ток I_5 в ветви с сопротивлением $2R$ методом эквивалентного генератора.

Изобразим схему относительно ветви **ad** в виде эквивалентного генератора в режиме холостого хода (рис.7).

Из схемы рис.7 определим ЭДС эквивалентного генератора

$$E_\Gamma = U_{XX}.$$

Согласно второму закону Кирхгофа, $U_{XX} - JR + I_{3XX} \cdot \frac{R}{2} = E_2$,

$$\text{откуда: } E_\Gamma = U_{XX} = E_2 + JR - I_{3XX} \cdot \frac{R}{2}$$

Для определения тока I_{3XX} воспользуемся методом контурных то-

$$\text{ков: } J_{1K} = J = 2 \text{ А, } J_{2K} \left(R + \frac{R}{2} \right) + J_{1K} R = E_1$$

Подставляя численные значения, получим:

$$I_{3XX} = J_{2K} = \frac{E_1 - J_{1K} R}{R + R/2} = \frac{110 - 2 \cdot 110}{110 + 55} = -0.727 \text{ А, тогда}$$

$$E_\Gamma = U_{XX} = 50 + 2 \cdot 110 + 0.727 \cdot 55 = 310 \text{ В}$$

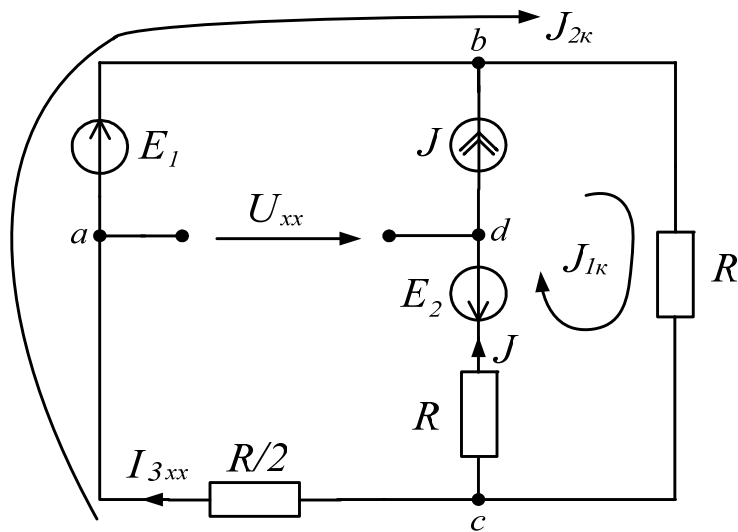


Рис.7. Эквивалентный генератор в режиме холостого хода

Для определения R_r рисуем вспомогательную схему (рис.8), в которой источники ЭДС замкнуты, а источники тока разомкнуты.

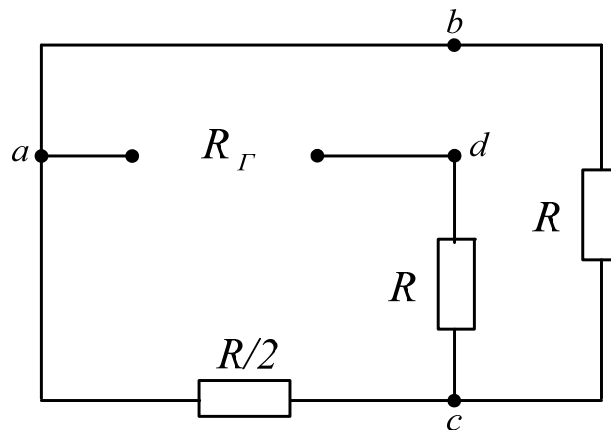


Рис.8. К определению сопротивления эквивалентного генератора

Из расчета схемы получаем:

$$R_r = R + \frac{R \cdot \frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = 110 + \frac{110 \cdot 55}{110 + 55} = 146.66 \text{ Ом}.$$

По формуле Тевенена-Гельмгольца определяем ток в сопротивлении нагрузки:

$$I_5 = \frac{E_r}{R_r + 2R} = \frac{310}{146.66 + 220} = 0.845 \text{ A}$$

Ток короткого замыкания эквивалентного генератора определится как

$$I_{кз} = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} = \frac{310}{146.66} = 2.113 \text{ A}.$$

Определим ток I_5 графически. Для этого построим в одних осях внешнюю характеристику эквивалентного генератора и вольтамперную характеристику нагрузки (сопротивления $2R$). Внешняя характеристика является линейной и пересекает оси координат в точках U_{xx} и $I_{кз}$.

Вольтамперная характеристика нагрузки также линейна и строится по закону Ома: $U_5 = I_5 \cdot 2R$. При этом достаточно задать два значения тока, например $I_5 = 0$ и $I_5 = 1 \text{ A}$.

Точка пересечения характеристик будет рабочей точкой генератора, нагруженного на сопротивление $2R$, а ее проекция на оси координат – искомыми током и напряжением (рис.9). Получаем графические значения $U_5 \approx 186 \text{ B}$, $I_5 \approx 0.85 \text{ A}$.

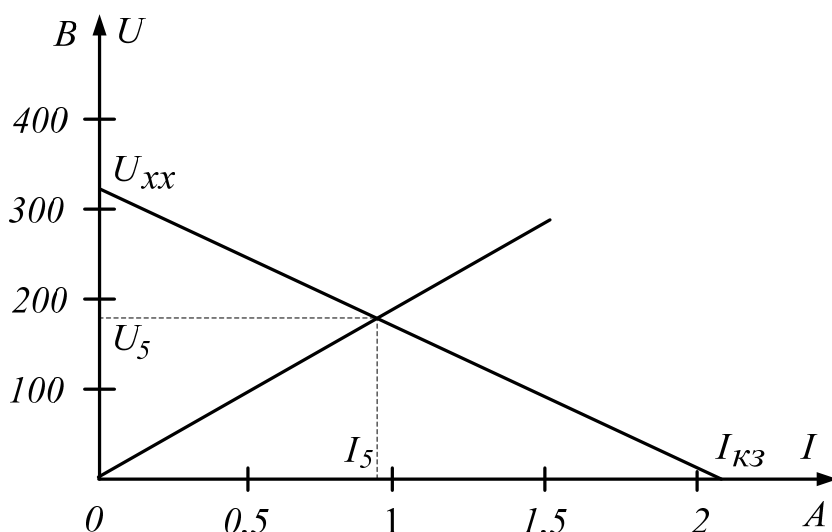


Рис.9. Графическое определение тока и напряжения на сопротивлении $2R$

9. Построим потенциальную диаграмму для контура $add'c$ (рис.6), не содержащего источника тока.

Принимаем $\phi_a = 0$

$$\text{Тогда } \phi_d = \phi_a - I_5 2R = 0 - 0.845 \cdot 220 = -185.9 \text{ B}$$

$$\phi_{d'} = \phi_d + E_2 = -185.9 + 50 = -135.9 \text{ B}$$

$$\phi_c = \phi_{d'} - I_2 R = -135.9 + 1.155 \cdot 110 = -8.85 \text{ B}$$

$$\phi_a = \phi_c - I_3 \frac{R}{2} = -8.85 + 0.164 \cdot 55 \approx 0 \text{ B}$$

Диаграмма приведена на рис.10.

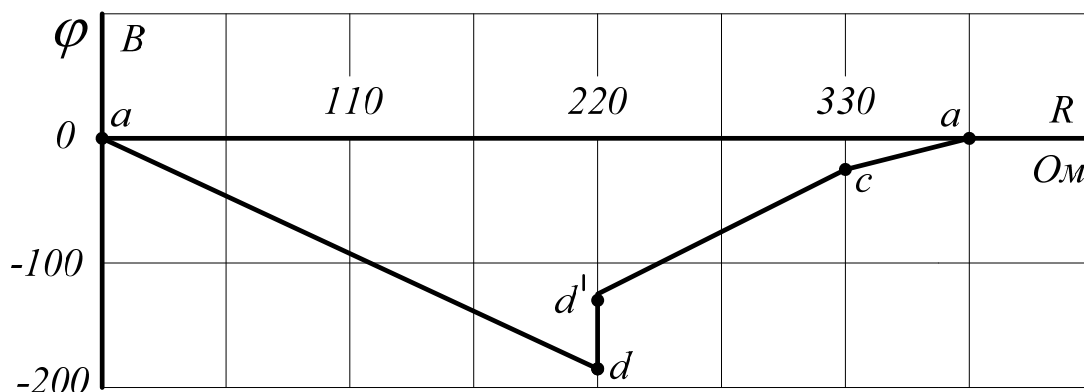


Рис.10. Потенциальная диаграмма для контура $a d d' c a$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №2

1. Изобразим схему электрической цепи для условного варианта, рассмотренного в методических указаниях к заданию №1 (рис.11).

2. В общем (буквенном) виде составляем полную систему уравнений состояния цепи по законам Кирхгофа для расчета токов всех ветвей и напряжения на источнике тока.

Схема содержит $N_V = 4$ узла и $N_B = 7$ ветвей. Следовательно, по первому закону Кирхгофа можно составить $N_V - 1 = 4 - 1 = 3$ независимых уравнения, а по второму закону Кирхгофа $N_B - N_V + 1 = 7 - 4 + 1 = 4$ независимых уравнения.

В индуктивных элементах токи $i_2(t)$, $i_3(t)$ ориентированы одинаковым образом относительно одноименных зажимов, обозначенных звёздочками, поэтому имеем вариант **согласного включения**.

$$\text{Узел } a: \quad i_3 - i_1 - i_5 = 0$$

$$\text{Узел } b: \quad i_1 - i_{R4} - i_{C4} = -J$$

$$\text{Узел } d: \quad i_5 - i_2 = J$$

$$\text{Контур 1:} \quad U_J - i_5 2R = e_1$$

$$\text{Контур 2:} \quad i_5 2R + i_2 R + L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_3}{dt} + i_3 \frac{R}{2} + L \frac{di_3}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = e_2$$

$$\text{Контур 3:} \quad i_2 R + L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_3}{dt} - \frac{1}{C} \int i_{C4} dt + u_J = e_2$$

Контур 4: $\frac{1}{C} \int i_{C4} dt - i_{R4} R = 0$

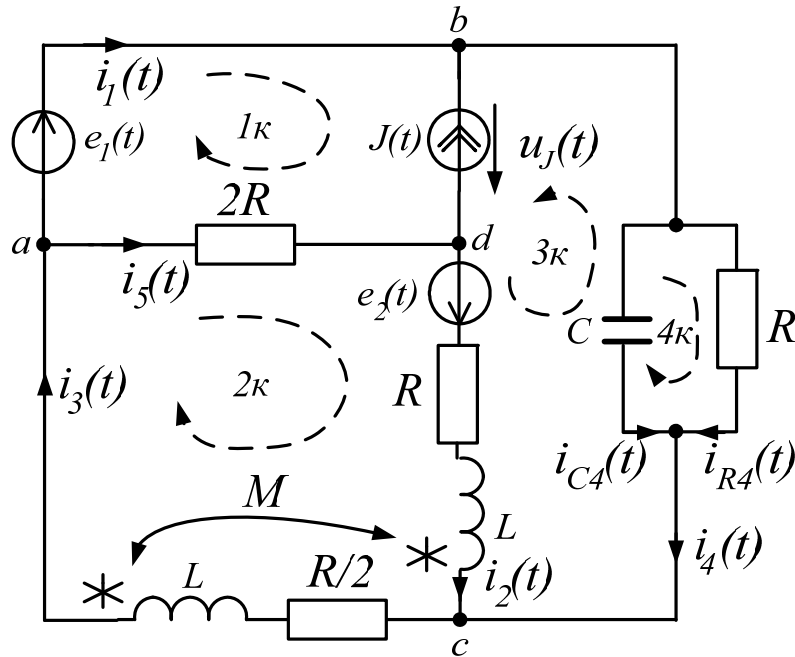


Рис.11. Схема электрической цепи переменного тока

2. Определим реактивные сопротивления:

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0.35 = 110 \text{ Ом}; \quad X_M = \omega M = 314 \cdot 0.185 = 55 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 28.95 \cdot 10^{-6}} = 110 \text{ Ом}.$$

Здесь и далее $\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 314 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}$ – угловая частота источников ЭДС и тока.

3. Полные сопротивления ветвей схемы:

$$\underline{Z}_1 = 0;$$

$$\underline{Z}_2 = R + jX_L = 110 + j110 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{R}{2} + jX_L = 55 + j110 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{R \cdot (-jX_C)}{R - jX_C} = R_4 - jX_{C4} = \frac{110 \cdot (-j110)}{110 - j110} = 55 - j55 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_5 = 2R = 220 \text{ Ом}.$$

Комплексы действующих значений ЭДС и тока источников:

$$\dot{E}_1 = 100e^{j90^\circ} = 0 + j100 \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = 50e^{-j45^\circ} = 35.35 - j35.35 \text{ В}; \quad \dot{J} = 2e^{j30^\circ} = 1.732 + j1 \text{ А}.$$

Расчетная схема с комплексными источниками ЭДС и тока и комплексными сопротивлениями ветвей показана на рис.12.

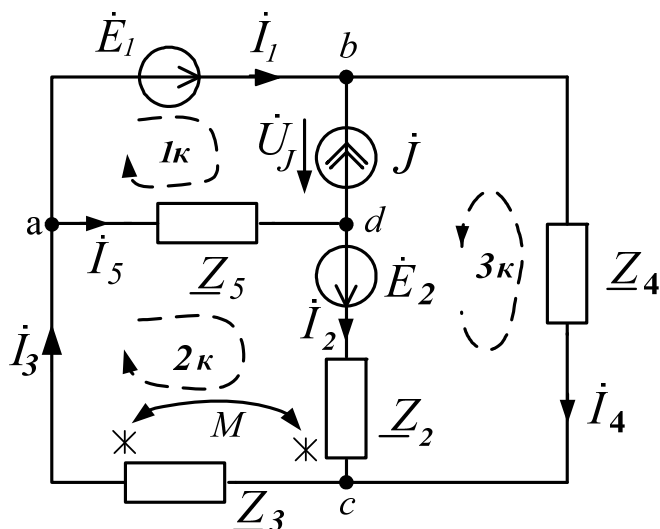


Рис.12. Расчетная комплексная схема замещения электрической цепи

4. Составляем систему уравнений в комплексной форме по законам Кирхгофа для расчета токов ветвей и напряжения на источнике тока:

$$\text{Узел } b: \quad \dot{I}_1 - \dot{I}_4 = -\dot{J}$$

$$\text{Узел } c: \quad \dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_3 = 0$$

$$\text{Узел } a: \quad \dot{I}_3 - \dot{I}_1 - \dot{I}_5 = 0$$

$$\text{Контур 1:} \quad \dot{U}_J - \dot{I}_5 2R = \dot{E}_1$$

$$\text{Контур 2:} \quad \dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_3 jX_M + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 + \dot{I}_2 jX_M + \dot{I}_5 \underline{Z}_5 = \dot{E}_2$$

$$\text{Контур 3:} \quad \dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_3 jX_M - \dot{I}_4 \underline{Z}_4 + \dot{U}_J = \dot{E}_2$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\text{Узел } b: \quad \dot{I}_1 - \dot{I}_4 = -\dot{J}$$

$$\text{Узел } c: \quad \dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_3 = 0$$

$$\text{Узел } a: \quad \dot{I}_3 - \dot{I}_1 - \dot{I}_5 = 0$$

$$\text{Контур 1:} \quad \dot{U}_J - \dot{I}_5 220 = j100$$

$$\text{Контур 2:} \quad \dot{I}_2 (110 + j165) + \dot{I}_3 (55 + j165) + \dot{I}_5 220 = 35.35 - j35.35$$

$$\text{Контур 3:} \quad \dot{I}_2 (110 + j110) + \dot{I}_3 j55 - \dot{I}_4 (55 - j55) + \dot{U}_J = 35.35 - j35.35$$

С помощью программы MATCAD производим расчет уравнений в матричной форме:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -220 & 1 \\ 0 & 110 + 165i & 55 + 165i & 0 & 220 & 0 \\ 0 & 110 + 110i & 55i & -55 + 55i & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} -1.732 - i \\ 0 \\ 0 \\ 100i \\ 35.35 - 35.35i \\ 35.35 - 35.35i \end{pmatrix}$$

$$d = \begin{pmatrix} -1.322 + 0.931i \\ -0.625 - 0.579i \\ -0.215 + 1.352i \\ 0.41 + 1.931i \\ 1.107 + 0.421i \\ 243.538 + 192.623i \end{pmatrix} \quad d := a^{-1} \cdot b$$

Следует учесть, что мнимая единица в программе MATCAD обозначается как i вместо обозначения j , применяемого в электротехнике.

Значение токов ветвей схемы и напряжение на источнике тока в алгебраической и в показательной формах:

$$\dot{I}_1 = -1.322 + j0.931 = 1.617e^{j144.8^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = -0.625 - j0.579 = 0.852e^{-j137.2^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = -0.215 + j1.352 = 1.369e^{j99^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_4 = 0.41 + j1.931 = 1.974e^{j78^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_5 = 1.107 + j0.42 = 1.183e^{j20.7^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{U}_J = 243.358 + j192.623 = 310.5e^{j38.34^\circ} \text{ B}$$

5. Составим баланс активной и реактивной мощностей.

Полная мощность источников составит:

$$\begin{aligned} \dot{S}_H &= P_H + jQ_H = \dot{E}_1 \dot{I}_1^* + \dot{E}_2 \dot{I}_2^* + \dot{U}_J \dot{J}^* = \\ &= j100(-1.322 - j0.931) + (35.35 - j35.35)(-0.625 + j0.579) + \\ &+ (243.538 + j192.623)(1.732 - j1) = 705.905 + j0.446 \text{ VA} \end{aligned}$$

Здесь \dot{I}^* – сопряженный комплекс тока.

Таким образом, активная мощность источников энергии составит $P_H = 705.905 \text{ Вт}$; реактивная мощность $Q_H = 0.446 \text{ Вар}$.

Активная мощность потребителей:

$$\begin{aligned} P_H &= I_2^2 R + I_3^2 \frac{R}{2} + I_4^2 R_4 + I_5^2 2R = \\ &= 0.852^2 \cdot 110 + 1.369^2 \cdot 55 + 1.974^2 \cdot 55 + 1.183^2 \cdot 220 = 703.13 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Реактивная мощность потребителей при согласном включении индуктивностей с токами \dot{I}_2, \dot{I}_3 :

$$\begin{aligned}
Q_{II} &= I_2^2 X_L + I_3^2 X_L - I_4^2 X_{C4} + 2I_2 I_3 X_M \cos(\psi_2 - \psi_3) = \\
&= 0.852^2 \cdot 110 + 1.369^2 \cdot 110 - 1.974^2 \cdot 55 + \\
&+ 2 \cdot 0.852 \cdot 1.369 \cdot 55 \cdot \cos(-137.2^\circ - 99^\circ) = 0.435 \text{ var}
\end{aligned}$$

Погрешность расчета (небаланс) составила:

по активной мощности

$$\delta_P = \left| \frac{P_{II} - P_{II}}{P_{II}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{705.905 - 705.13}{705.905} \right| \cdot 100\% = 0.11\%$$

по реактивной мощности

$$\delta_Q = \left| \frac{Q_{II} - Q_{II}}{Q_{II}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{0.446 - 0.435}{0.446} \right| \cdot 100\% = 2.4\%$$

Таким образом, небаланс как по активной, так и по реактивной мощности в пределах допуска ($\delta \leq 3\%$).

6. Сделаем развязку индуктивной связи и определим ток \dot{I}_5 в сопротивлении $2R$ методом эквивалентного генератора. На рис.13 представлена схема опыта холостого хода с развязкой индуктивной связи при подключении индуктивностей к узлу c разноименными зажимами.

Напряжение \dot{U}_{XX} определим по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_{XX} &= \dot{E}_2 + \dot{J}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_M) - \dot{I}'_1(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_M) = 35.35 - j35.35 + \\
&+ 2e^{j30^\circ} \cdot (110 + j165) - 2.54e^{j104.54^\circ} \cdot (55 + j165) = \\
&= 501.59 + j330.43 = 600.646e^{j33.37^\circ} \text{ B}
\end{aligned}$$

Ток \dot{I}'_1 определим методом контурных токов (рис.13):

$$\dot{J}_{1K} = \dot{J} = 2e^{j30^\circ} \text{ A}$$

$\dot{J}_{2K}(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_M + \underline{Z}_4 - \underline{Z}_M) + \dot{J}_{1K}(\underline{Z}_4 - \underline{Z}_M) = \dot{E}_1$, подставляя численные значения, получим:

$$\dot{J}_{2K}(110 + j55) = j100 - 2e^{j30^\circ} \cdot (55 - j110)$$

$$\dot{I}'_1 = \dot{J}_{2K} = \frac{312.377e^{j131.1^\circ}}{122.983e^{j26.56^\circ}} = 2.54e^{j104.54^\circ} \text{ A}$$

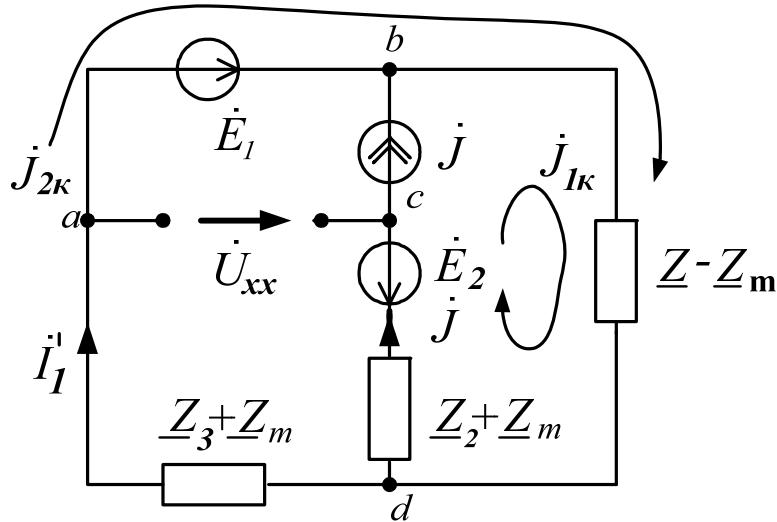


Рис.13. Схема опыта холостого хода

Для определения сопротивления эквивалентного генератора \underline{Z}_Γ рисуем вспомогательную схему, в которой шунтируем источники ЭДС и размыкаем источники тока (рис.14):

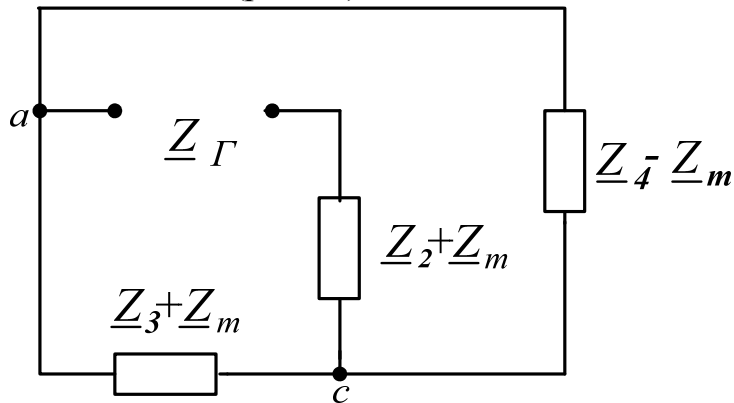


Рис.14. К определению сопротивления эквивалентного генератора

$$\underline{Z}_\Gamma = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_M + \frac{(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_M) \cdot (\underline{Z}_4 - \underline{Z}_M)}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = 110 + j165 +$$

$$+ \frac{(55 + j165) \cdot (55 - j110)}{110 + j55} = 275 + j100 \text{ Ом}$$

По формуле Тевенена – Гельмгольца определяем ток в нагрузке:

$$\dot{i}_5 = \frac{\dot{U}_{xx}}{\underline{Z}_\Gamma + 2R} = \frac{600.646 e^{j33.37^\circ}}{275 + j100 + 220} = 1.189 e^{j21.95^\circ} \text{ А}$$

7. Определить показание вольтметра, включенного параллельно ветви №6.

Поскольку ветвь №6 включена между узлами a и c , то по второму закону Кирхгофа получим:

$$\begin{aligned} \dot{U}_V &= \dot{I}_3 Z_3 + \dot{I}_2 Z_M = 1.369e^{j99^\circ} \cdot (55 + j110) + \\ &+ 0.852e^{-j137.2^\circ} \cdot 55e^{j90^\circ} = -128.33 + j16.33 = 129.36e^{j172.7^\circ} \text{ В} \end{aligned}$$

Показание вольтметра: $U_V = 129.36 \text{ В}$

8. Построим топографическую векторную диаграмму напряжений и лучевую векторную диаграмму токов для контура с индуктивной связью. Для этого изобразим комплексную схему замещения контура с указанными направлениями векторов напряжений (рис. 15.а).

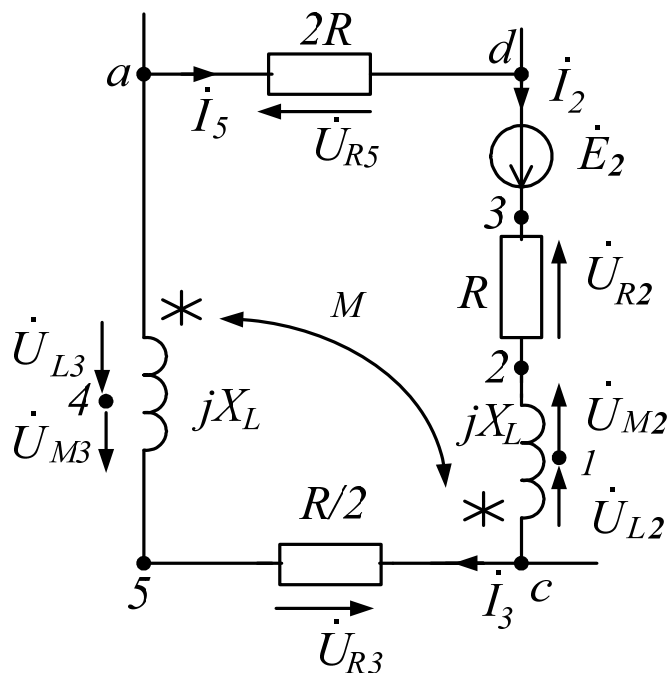


Рис. 15а. К построению векторной диаграммы

На векторной диаграмме вектора напряжений направлены в точку высшего потенциала от которой течет ток, т.е. так, как показано на рис.15а: \dot{U}_{L2} - направлено из точки c в точку 1 , \dot{U}_{M2} - направлено из точки 1 в точку 2 , \dot{U}_{R2} - направлено из точки 2 в точку 3 , ЭДС \dot{E}_2 направлено из точки d в точку 3 , \dot{U}_{R5} - направлено из точки d в точку a , \dot{U}_{L3} направлено из точки a в точку 4 , \dot{U}_{M3} направлено из точки 4 в точку 5 , \dot{U}_{R3} - из точки 5 в точку c .

Определим действующие значения напряжений на элементах цепи в заданном контуре (длины векторов):

$U_{L2} = I_2 X_L = 0.852 \cdot 110 = 93.72 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{L2} опережает вектор \dot{I}_2 на 90°);

$U_{M2} = I_3 X_M = 1.369 \cdot 55 = 73.5 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{M2} при согласном включении опережает вектор \dot{I}_3 на 90°);

$U_{R2} = I_2 R = 0.852 \cdot 110 = 93.72 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{R2} совпадает с вектором \dot{I}_2 по фазе);

$U_{R5} = I_5 2R = 1.183 \cdot 220 = 260.26 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{R5} совпадает с вектором \dot{I}_5 по фазе);

$U_{L3} = I_3 X_L = 1.369 \cdot 110 = 150.6 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{L3} опережает вектор \dot{I}_3 на 90°);

$U_{M3} = I_2 X_M = 0.852 \cdot 55 = 46.86 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{M3} при согласном включении опережает вектор \dot{I}_2 на 90°);

$U_{R3} = I_3 \frac{R}{2} = 1.369 \cdot 55 = 75.3 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{R3} совпадает с вектором \dot{I}_3 по фазе).

Вектора токов и ЭДС строятся со своими углами:

$$\dot{I}_2 = 0.852e^{-j137.2^\circ} \text{ А}, \dot{I}_3 = 1.369e^{j99^\circ} \text{ А}, \dot{I}_5 = 1.183e^{j20.7^\circ} \text{ А}, \dot{E}_2 = 50e^{-j45^\circ} \text{ В}.$$

Все вектора токов строятся из начала координат комплексной плоскости, а для построения топографической диаграммы напряжений за нулевой потенциал можно принять любую точку схемы, например точку **c**, как принято в данном примере.

Примечание:

а) Если рассматриваемый контур содержит ветвь с параллельно включенными R и C , то при построении векторной диаграммы применяется эквивалентное преобразование данной ветви в последовательное соединение R_3 и C_3 . В данном примере (рис.15б)

$$\underline{Z}_4 = \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = R_4 - jX_{C4} = \frac{110(-j110)}{110 - j110} = 55 - j55 \text{ Ом}$$

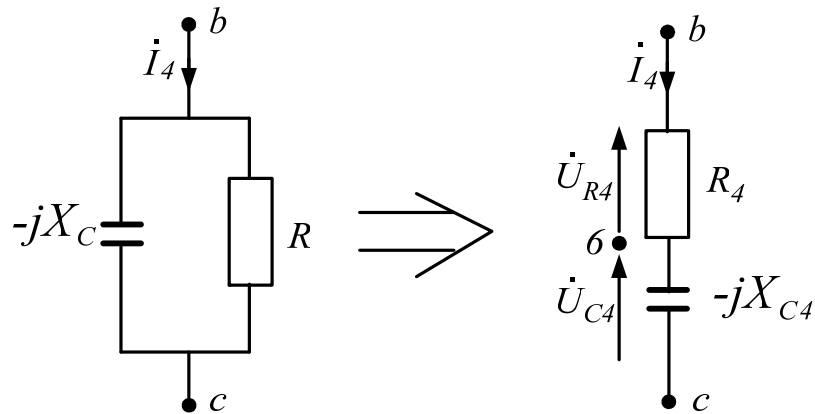


Рис.15б. Схема эквивалентного преобразования параллельного в последовательное соединение

$U_{C4} = I_4 X_{C4} = 1.974 \cdot 55 = 108.57 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{C4} отстает от вектора \dot{I}_4 на 90° и направлен из точки c в точку 6);

$U_{R4} = I_4 R_4 = 1.974 \cdot 55 = 108.57 \text{ В}$ (вектор \dot{U}_{R4} совпадает с вектором \dot{I}_4 по фазе и направлен из точки 6 в точку b)

б) Если рассматриваемый контур содержит ветвь с источником тока, то вектор напряжения на источнике тока строится со своим углом и направлен по правилу векторного вычитания в точку с более высоким потенциалом. В данном примере (рис.15в) вектор напряжения $\dot{U}_J = 310e^{j38.34^\circ} \text{ В}$ направлен из точки d в точку b .

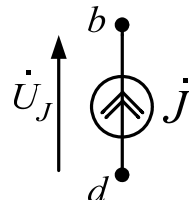


Рис.15в. К построению вектора напряжения на источнике тока

Лучевая векторная диаграмма токов и топографическая векторная диаграмма напряжений приведена на рис.16.

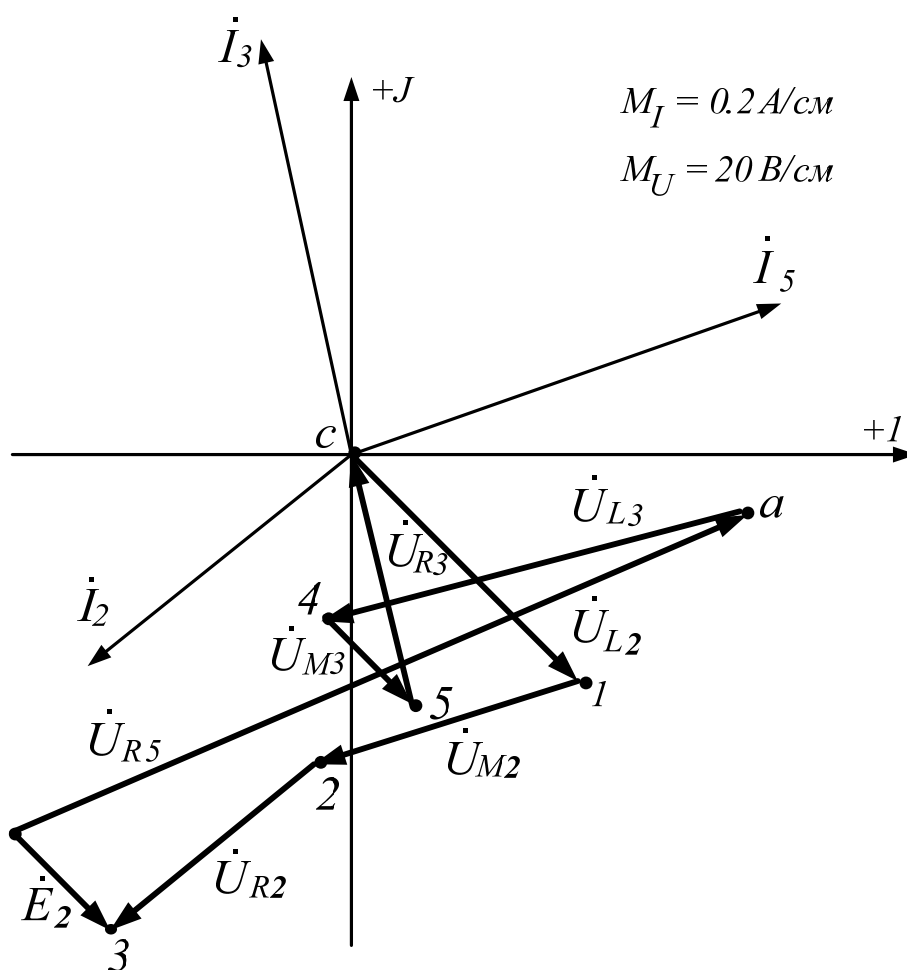


Рис.16. Лучевая диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №3

1. Изобразим схему электрической цепи (рис.17) для расчета токов и напряжений третьей гармоники (токи и напряжения расчета постоянной составляющей и первой гармоники источников соответствуют данным расчета РГР №1 и РГР №2):

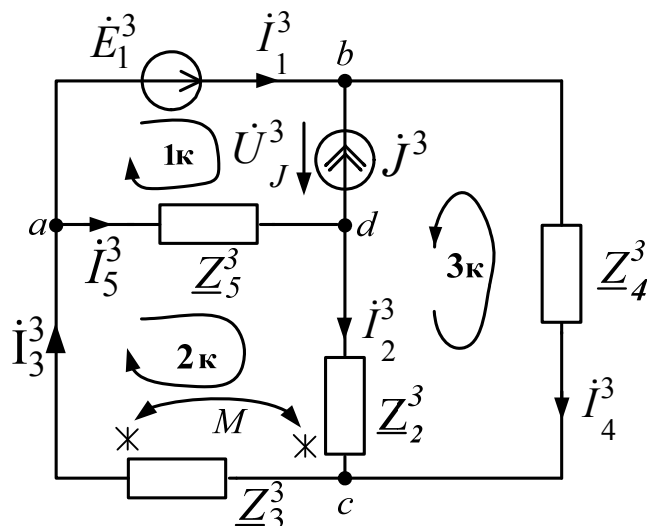


Рис.17. Расчетная схема замещения цепи для третьей гармоники

Определим реактивные сопротивления индуктивностей и емкости для третьей гармоники:

$$x_L^3 = 3\omega L = 3 \cdot 314 \cdot 0.35 = 330 \text{ Ом};$$

$$x_M^3 = \frac{x_L^3}{2} = 165 \text{ Ом};$$

$$x_C^3 = \frac{1}{3\omega C} = \frac{1}{3 \cdot 314 \cdot 28.95 \cdot 10^{-6}} = 36.66 \text{ Ом}.$$

Здесь и далее $\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 314 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}$ – угловая частота источников ЭДС и тока.

Полные сопротивления ветвей схемы:

$$\underline{Z}_1^3 = 0;$$

$$\underline{Z}_2^3 = R + jx_L^3 = 110 + j330 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3^3 = \frac{R}{2} + jx_L^3 = 55 + j330 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_4^3 = \frac{R \cdot (-jx_C^3)}{R - jx_C^3} = R_4 - jx_{C4}^3 = \frac{110 \cdot (-j36.66)}{110 - j36.66} = 31.617e^{-j71.56^\circ} = 10 - j30 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_5^3 = 2R = 220 \text{ Ом}.$$

Комплексы действующих значений ЭДС и тока источников:

$$\dot{E}_1^3 = 50e^{-j90^\circ} = 0 - j50 \text{ В};$$

$$\dot{E}_2^3 = 0; \quad \dot{j}^3 = 1e^{j0^\circ} = 1 + j0 \text{ А}.$$

Составляем систему уравнений в комплексной форме по законам Кирхгофа для расчета токов ветвей и напряжения на источнике тока:

$$\text{Узел б:} \quad \dot{I}_1^3 - \dot{I}_4^3 = -\dot{J}^3$$

$$\text{Узел с:} \quad \dot{I}_2^3 + \dot{I}_4^3 - \dot{I}_3^3 = 0$$

$$\text{Узел а:} \quad \dot{I}_3^3 - \dot{I}_1^3 - \dot{I}_5^3 = 0$$

$$\text{Контур 1:} \quad \dot{U}_J^3 - \dot{I}_5^3 \cdot 2R = \dot{E}_1^3$$

$$\text{Контур 2:} \quad \dot{I}_2^3 \cdot \underline{Z}_2^3 + \dot{I}_3^3 \cdot jX_M^3 + \dot{I}_3^3 \cdot \underline{Z}_3^3 + \dot{I}_2^3 \cdot jX_M^3 + \dot{I}_5^3 \cdot \underline{Z}_5^3 = 0$$

$$\text{Контур 3:} \quad \dot{I}_2^3 \cdot \underline{Z}_2^3 + \dot{I}_3^3 \cdot jX_M^3 - \dot{I}_4^3 \cdot \underline{Z}_4^3 + \dot{U}_J^3 = 0$$

С помощью программы MATCAD производим расчет уравнений в матричной форме:

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -220 & 1 \\ 0 & 110 + 495i & 55 + 495i & 0 & 220 & 0 \\ 0 & 110 + 330i & 165i & -10 + 30i & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ -50i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad d := a^{-1} \cdot b$$

$$d = \begin{pmatrix} -0.435 - 0.626i \\ -0.407 + 0.409i \\ 0.158 - 0.218i \\ 0.565 - 0.626i \\ 0.593 + 0.409i \\ 130.524 + 39.897i \end{pmatrix}$$

Значение токов ветвей схемы и напряжение на источнике тока в алгебраической и в показательной формах:

$$\dot{I}_1^3 = -0.435 - j0.626 = 0.762e^{j235.2^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_2^3 = -0.407 + j0.409 = 0.577e^{j134.86^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_3^3 = 0.158 - j0.218 = 0.269e^{-j54^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_4^3 = 0.565 - j0.626 = 0.843e^{-j48^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_5^3 = 0.593 + j0.409 = 0.72e^{j34.6^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{U}_J^3 = 130.524 + j39.9 = 136.48e^{j17^\circ} \text{ В}$$

2. Составим баланс активной и реактивной мощностей.

Полная мощность источников составит:

$$\begin{aligned} \dot{S}_H^3 &= P_H^3 + Q_H^3 = \dot{E}_1^3 \cdot \dot{I}_1^{*3} + \dot{U}_J^3 \cdot \dot{J}^{*3} = -j50 \cdot (-0.435 + j0.626) + \\ &+ (130.524 + j39.9) \cdot 1 = 161.774 + j61.65 \text{ ВА} \end{aligned}$$

Здесь \dot{I}^* – сопряженный комплекс тока.

Таким образом, активная мощность источников энергии составит

$$P_H^3 = 161.774 \text{ Вт}; \text{ реактивная мощность } Q_H^3 = 61.65 \text{ вар}.$$

Активная мощность потребителей:

$$\begin{aligned} P_{II}^3 &= (I_2^3)^2 \cdot R + (I_3^3)^2 \cdot \frac{R}{2} + (I_4^3)^2 \cdot R_4 + (I_5^3)^2 \cdot 2R = \\ &= 0.577^2 \cdot 110 + 0.269^2 \cdot 55 + 0.843^2 \cdot 10 + 0.72^2 \cdot 220 = 161.75 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Реактивная мощность потребителей при согласном включении индуктивностей с токами $\underline{I}_2^3, \underline{I}_3^3$:

$$\begin{aligned} Q_{II}^3 &= (I_2^3)^2 \cdot X_L^3 + (I_3^3)^2 \cdot X_L^3 - (I_4^3)^2 \cdot X_{C4}^3 + 2 \cdot I_2^3 \cdot I_3^3 \cdot X_M^3 \cdot \cos(\psi_2^3 - \psi_3^3) = \\ &= 0.577^2 \cdot 330 + 0.269^2 \cdot 330 - 0.843^2 \cdot 30 + 2 \cdot 0.577 \cdot 0.269 \cdot \cos(134.86^\circ + 54^\circ) = \\ &= 61.81 \text{ вар} \end{aligned}$$

Погрешность расчета (небаланс) составила:

по активной мощности

$$\delta_P = \left| \frac{P_{II}^3 - P_{II}^3}{P_{II}^3} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{161.774 - 161.75}{161.774} \right| \cdot 100\% = 0.012\%$$

по реактивной мощности

$$\delta_Q = \left| \frac{Q_{II}^3 - Q_{II}^3}{Q_{II}^3} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{61.65 - 61.68}{61.65} \right| \cdot 100\% = 0.26\%$$

Таким образом, небаланс как по активной, так и по реактивной мощности в пределах допуска ($\delta \leq 3\%$).

3. Напряжение вольтметра включенного параллельно ветви №6 между узлами “а” и “с” на третьей гармонике составит:

$$\begin{aligned} \dot{U}_V^3 &= \dot{I}_3^3 \cdot \underline{Z}_3^3 + \dot{I}_2^3 \cdot \underline{Z}_M = 0.269 \cdot e^{-j54^\circ} \cdot (55 + j330) + 0.577e^{j134.86^\circ} \cdot 165e^{j90^\circ} = \\ &= 13.03 - j26.945 = 29.93e^{-j64.2^\circ} \text{ В} \end{aligned} \quad \text{Из}$$

расчета РГР №1 и РГР №2 известно напряжение вольтметра:

$$U_V^0 = -9.02 \text{ В}, \dot{U}_V^1 = 129.36e^{j172.7^\circ} \text{ В}.$$

Мгновенное значение напряжения вольтметра $U_V(t)$, включенного параллельно ветви №6, составит:

$$U_V(t) = -9.02 + 129.36\sqrt{2} \sin(\omega t + 172.7^\circ) + 29.93\sqrt{2} \sin(3\omega t - 64.2^\circ) \text{ В}$$

4. Определим показание вольтметра

- магнитоэлектрической системы: $U_V = U_V^0 = -9.02 \text{ В}$

- электромагнитной системы:

$$U_V = \sqrt{(U_V^0)^2 + (U_V^1)^2 + (U_V^3)^2} = \sqrt{(-9.02)^2 + 129.36^2 + 29.93^2} = 133.08 \text{ В}$$

5. Используя программу MATCAD построим график негармонического напряжения вольтметра для одного периода первой гармоники

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6.28}{314} = 0.02 \text{ с. График показан на рис.18.}$$

Для построения графика начальную фазу гармоник переводим в радианы: $U(t) = -9.02 + 182.4 \sin(314t + 3.014) + 42.2 \sin(942t - 1.12) \text{ В}$

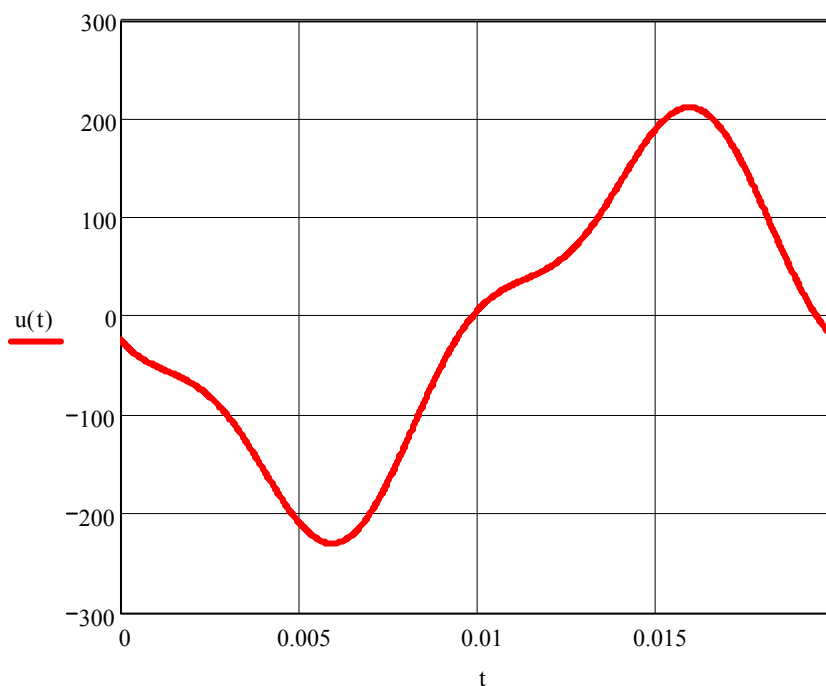


Рис.18. График несинусоидального напряжения на вольтметре

Частотные спектры амплитуд и фаз напряжения вольтметра представлены на рис.19 а,б.

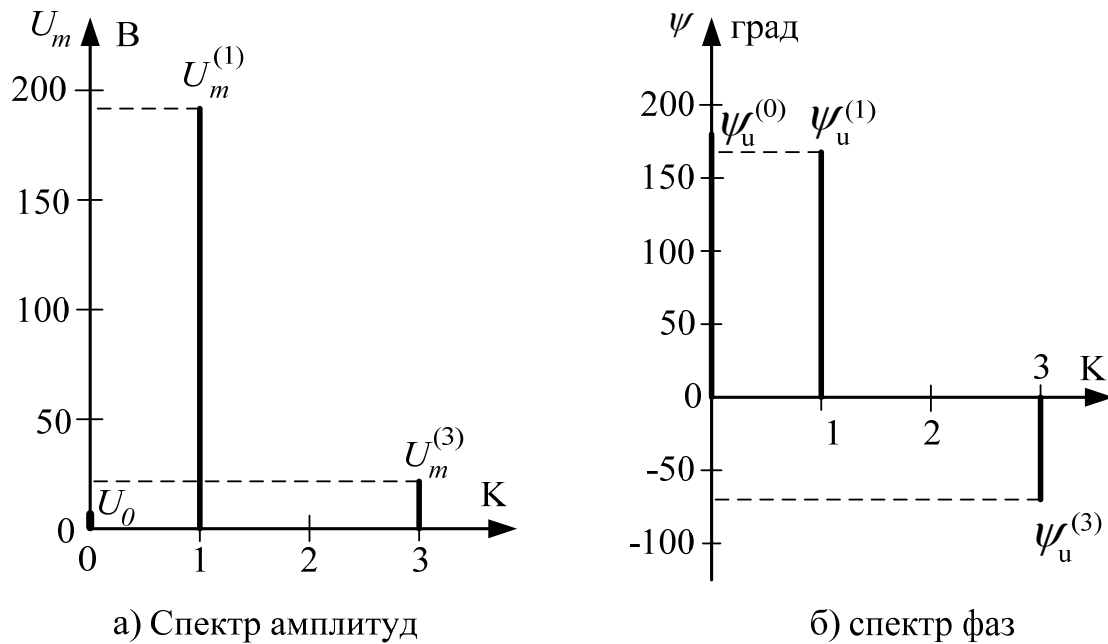


Рис. 19

Поскольку $U_V^0 = -9.02 \text{ В}$, то $\psi_U^0 = 180^\circ$.

6. Рассчитаем коэффициенты амплитуды и искажения для кривой напряжения $U_V(t)$.

Коэффициент амплитуды: $K_a = \frac{U_{Vm}}{U_V} = \frac{|-229.9|}{133.08} = 1.728$, здесь

U_{Vm} - максимальное амплитудное значение напряжения вольтметра, измеренное по графику на рис.18.

U_V - действующее значение напряжения вольтметра, измеряемое вольтметром электромагнитной системы (п.4).

Коэффициент искажения: $K_{II} = \frac{U_V^1}{U_V} = \frac{129.36}{133.08} = 0.972$, здесь

U_V^1 - действующее значение напряжения вольтметра первой гармоники.

7. Рассчитаем активную, реактивную, полную мощность и мощность искажения для источника тока.

Используя данные по РГР №1 и РГР №2, запишем мгновенное значение величины тока источника тока и мгновенные значения напряжения на источнике тока:

$$J(t) = 2 + 2\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) + \sqrt{2} \sin(3\omega t) \text{ А}$$

$$U_J(t) = 286 + 310.5\sqrt{2} \sin(\omega t + 38.34^\circ) + 136.48\sqrt{2} \sin(3\omega t + 17^\circ) \text{ В}$$

Активная мощность источника тока:

$$P_J = U_J^0 \cdot J^0 + U_J^1 \cdot J^1 \cdot \cos(\psi_U^1 - \psi_J^1) + U_J^3 \cdot J^3 \cdot \cos(\psi_U^3 - \psi_J^3) = 286 \cdot 2 + 310.5 \cdot 2 \cdot \cos(38.34^\circ - 30^\circ) + 136.48 \cdot 1 \cdot \cos(17^\circ - 0^\circ) = 1316.94 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность источника тока:

$$Q_J = U_J^1 \cdot J^1 \cdot \sin(\psi_U^1 - \psi_J^1) + U_J^3 \cdot J^3 \cdot \sin(\psi_U^3 - \psi_J^3) = 310.5 \cdot 2 \cdot \sin(38.34^\circ - 30^\circ) + 136.48 \cdot 1 \cdot \sin(17^\circ - 0^\circ) = 129.97 \text{ вар}$$

Полная мощность источника тока:

$$S_J = \sqrt{(U_J^0)^2 + (U_J^1)^2 + (U_J^3)^2} \cdot \sqrt{(J^0)^2 + (J^1)^2 + (J^3)^2} = \sqrt{(286)^2 + 310.5^2 + 136.48^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 1330.97 \text{ ВА}$$

Мощность искажения:

$$T_{II} = \sqrt{S_J^2 - P_J^2 - Q_J^2} = \sqrt{1330.97^2 - 1316.94^2 - 129.97^2} = 150.83 \text{ вар}$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №4

Порядок решения РГР №4 следующий. Также как и в методических указаниях по расчету РГР №1, по заданному графу построим схему электрической цепи соответственно своему варианту. На рис.20 представлена расчетная схема одного из возможных вариантов симметричной трехфазной цепи.

Данные для расчета **условного варианта** принимаем следующими: $E=380 \text{ В}$, $\alpha = -60^\circ$, сопротивление нейтрали $Z_N = 0$, $R = 50 \text{ Ом}$, $L = 318.47 \text{ Гн}$, $C = 53 \text{ мкФ}$.

Мгновенные значения фазных ЭДС каждой фазы:

$$e_A(t) = 380\sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ В}; \quad e_B(t) = 380\sqrt{2} \sin(\omega t - 180^\circ) \text{ В};$$

$$e_C(t) = 380\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ В}.$$

Комплексные значения фазных ЭДС:

$$\dot{E}_A = 380e^{-j60^\circ} \text{ В}; \quad \dot{E}_B = 380e^{-j180^\circ} \text{ В}; \quad \dot{E}_C = 380e^{j60^\circ} \text{ В}.$$

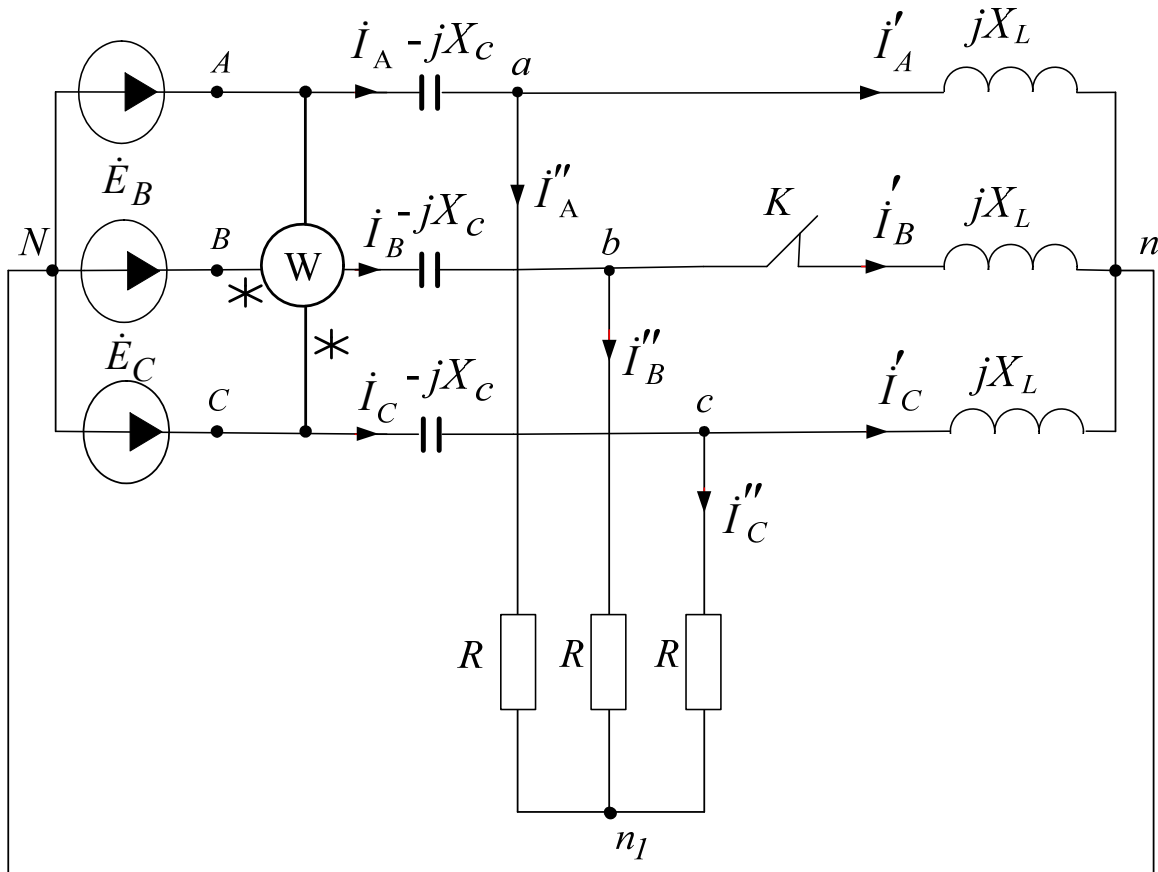


Рис.20. Расчетная схема трехфазной симметричной цепи

Линейные напряжения:

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}e^{j30^\circ} 380e^{-j60^\circ} = 657.4e^{-j30^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BC} = a^2\dot{U}_{AB} = 657.4e^{-j150^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{CA} = a\dot{U}_{AB} = 657.4e^{j90^\circ} \text{ В}.$$

Определяем реактивные сопротивления:

$$\omega = 314, \text{ с}^{-1}; \quad X_L = \omega L = 100 \text{ Ом}; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = 60 \text{ Ом}.$$

1. Расчет симметричной трехфазной цепи.

Ключ К в фазе В замкнут. Для симметричной цепи точки N, n_1, n_2 имеют одинаковый потенциал, поэтому складываем параллельно лучи звезд с центром в точках n_1 и n_2 и последовательно с сопротивлением X_C каждой фазы соответственно, получаем эквивалентное сопротивление одной фазы $Z_{\text{экв}}$ (рис. 21).

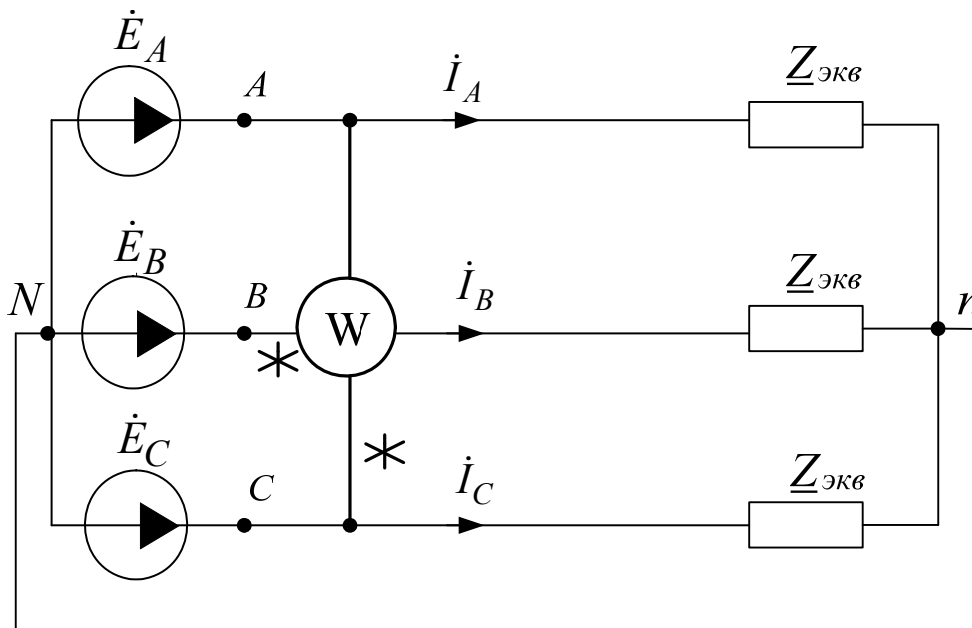


Рис.21. Эквивалентная схема

$$\underline{Z}_{\text{экв}} = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} - jX_C = \frac{50 \cdot j100}{50 + j100} - j60 = 40 - j40 = 56.569e^{-j45^\circ} \text{ Ом}; \text{ Из}$$

схемы на рис.21 определяем линейные токи:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_{\text{экв}}} = \frac{380e^{-j60}}{56.569e^{-j45^\circ}} = 6.718e^{-j15^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_A = 4.2e^{j225^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}_C = a \dot{I}_A = 4.2e^{j105^\circ} \text{ А};$$

Применяя правило разброса тока в параллельных ветвях определяем токи в фазе А для схемы на рис.20:

$$\dot{I}'_A = \dot{I}_A \cdot \frac{R}{R + jX_L} = 6.718e^{-j15^\circ} \cdot \frac{50}{50 + j100} = 3.004e^{-j78.435^\circ} \text{ А};$$

$$\text{По первому закону Кирхгофа: } \dot{I}''_A = \dot{I}_A - \dot{I}'_A = 6.008e^{j11.565^\circ} \text{ А};$$

Токи в фазах В и С определим через фазовый оператор:

$$\dot{I}'_B = a^2 \dot{I}'_A = 3.004e^{j161.565^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}'_C = a \dot{I}'_A = 3.004e^{j281.565^\circ} \text{ А. } \dot{I}''_B = a^2 \dot{I}''_A = 6.008e^{-j108.435^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}''_C = a \dot{I}''_A = 6.008e^{j131.565^\circ} \text{ А.}$$

Составляем баланс мощности.

Полная мощность источников симметричной трехфазной цепи:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{И}} &= 3 \cdot \dot{E}_A \cdot \dot{I}_A^* = 3 \cdot 380e^{-j60^\circ} \cdot 6.718e^{j15^\circ} = 7658.52e^{-j45^\circ} = \\ &= 5415 - j5415 = P_{\text{И}} + jQ_{\text{И}} \text{ ВА.} \end{aligned}$$

Активная мощность потребителей:

$$P_{II} = 3 \cdot I_A''^2 \cdot R = 3 \cdot 6.008^2 \cdot 50 = 5415 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность потребителей:

$$Q_{II} = 3 \cdot I_A''^2 \cdot (-X_C) + 3 \cdot I_A''^2 \cdot X_L = 3 \cdot 6.718^2 \cdot (-60) + 3 \cdot 3.004^2 \cdot 100 = -5415 \text{ вар}.$$

Небаланс по активной и реактивной мощности составляет

$$\delta_p = 0\%, \delta_Q = 0\%.$$

Для построения векторной диаграммы рассчитываем напряжения на элементах фазы А.

$$\dot{U}_{C_A} = \dot{I}_A'' \cdot (-jX_C) = 403.051e^{-j105^\circ} \text{ В}; \text{ (вектор напряжения } \dot{U}_{C_A} \text{ направлен из точки } \mathbf{a} \text{ в точку } \mathbf{A} \text{)}$$

$$\dot{U}_{L_A} = \dot{I}_A'' \cdot jX_L = 300.461e^{j11.596^\circ} \text{ В}; \text{ (вектор напряжения } \dot{U}_{L_A} \text{ направлен из точки } \mathbf{n}_2 \text{ в точку } \mathbf{a} \text{)}$$

$$\dot{U}_{R_A} = \dot{I}_A'' \cdot R = 300e^{j11.565^\circ} \text{ В}; \text{ (вектор напряжения } \dot{U}_{R_A} \text{ направлен из точки } \mathbf{n}_1 \text{ в точку } \mathbf{a} \text{)}$$

Напряжения на элементах фазы В и фазы С имеют те же модули но сдвинуты по фазе на a^2 и a соответственно.

Лучевая диаграмма для токов и топографическая диаграмма для напряжений показана на рис.22. На диаграмме точки N , n_1 , n_2 имеют одинаковый потенциал и расположены в начале координат.

Определяем показание ваттметра:

$$P_W = U_{CA} \cdot I_B \cdot \cos(U_{CA} \wedge I_B) = 657.4 \cdot 4.2 \cdot \cos(90^\circ - 225^\circ) = -1952.4 \text{ Вт};$$

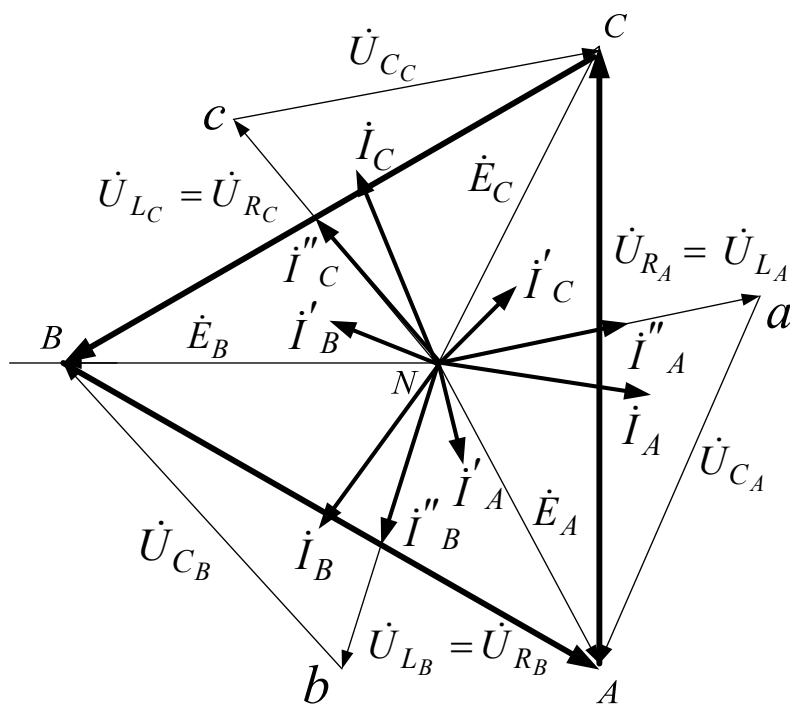


Рис.22.Лучевая диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений для симметричной трёхфазной цепи

2. Расчет несимметричной трёхфазной цепи.

Ни рис.23 изображена расчетная схема после размыкания ключа К

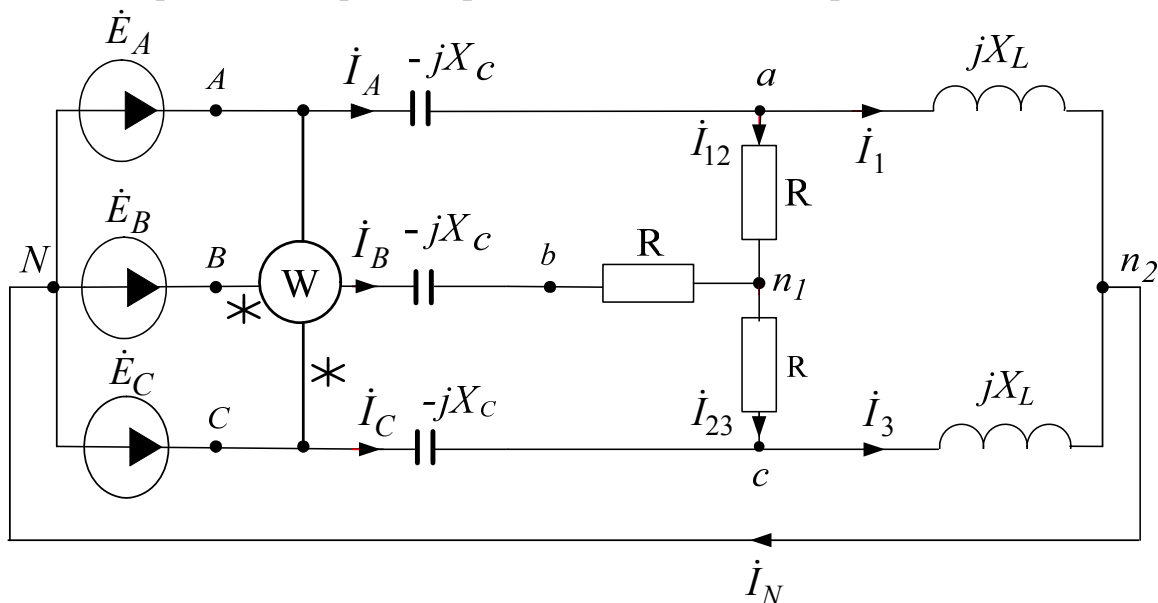


Рис.23.Расчетная схема несимметричной трёхфазной цепи

Для расчета схемы применяем метод узловых потенциалов. Принимаем потенциал узла N : $\dot{\phi}_N = 0$. Составляем систему уравнений относительно потенциалов узлов a, c, n_1 :

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_a \left(\frac{1}{-jX_C} + \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} \right) - \dot{\phi}_{n_1} \frac{1}{R} &= \dot{E}_A \frac{1}{-jX_C} \\ \dot{\phi}_{n_1} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) - \dot{\phi}_a \frac{1}{R} - \dot{\phi}_c \frac{1}{R} &= \dot{E}_B \frac{1}{(R - jX_C)}; \\ \dot{\phi}_c \left(\frac{1}{-jX_C} + \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} \right) - \dot{\phi}_{n_1} \frac{1}{R} &= \dot{E}_C \frac{1}{-jX_C}.\end{aligned}$$

Подставляем в уравнения параметры ЭДС и сопротивлений и рассчитываем потенциалы узлов.

$$\dot{\phi}_a = 358.846 + j119.379 = 378.18 \cdot e^{j18.4^\circ} \text{ B};$$

$$\dot{\phi}_{n_1} = 44.811 + j80.66 = 92.27 \cdot e^{j61^\circ} \text{ B};$$

$$\dot{\phi}_c = -134.789 + j283.923 = 314.3 \cdot e^{j115.4^\circ} \text{ B};$$

Составляем уравнения по второму закону Кирхгофа и определяем токи в ветвях схемы.

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{\phi}_a}{-jX_C} = \frac{380e^{-j60^\circ} - 358.846 - j119.379}{-j60} =$$

$$= 7.474 - j2.814 = 7.968e^{-j20.63^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{\phi}_{n_1}}{R - jX_C} = \frac{380e^{-j180^\circ} - 44.811 - j80.66}{50 - j60} =$$

$$= -2.689 - j4.84 = 5.536e^{j241^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{\phi}_c}{-jX_C} = \frac{380e^{j60^\circ} + 134.789 - j283.923}{-j60} =$$

$$= -0.753 + j5.413 = 5.465e^{-j82^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{\phi}_a}{jX_L} = \frac{358.846 + j119.379}{j100} = 1.194 - j3.588 = 3.781e^{-j71.6^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{\phi}_c}{jX_L} = \frac{-134.789 + j283.923}{j100} = 2.839 + j1.348 = 3.142e^{j25.4^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{\phi}_a - \dot{\phi}_{n_1}}{R} = \frac{358.846 + j119.379 - 44.811 - j80.66}{50} =$$

$$= 6.281 + j0.774 = 6.328e^{j7.02^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{23} = \frac{\dot{\phi}_{n_1} - \dot{\phi}_c}{R} = \frac{44.811 + j80.66 + 134.789 - j283.923}{50} =$$

$$= 3.592 + j4.065 = 5.424e^{-j48.53^\circ} \text{ A};$$

По первому закону Кирхгофа определим ток в нейтральном проводе:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_3 = 1.194 - j3.588 + 2.839 + j1.348 =$$

$$= 4.033 - j2.241 = 4.613e^{-j29^\circ} \text{ A};$$

Вычисляем баланс мощности. Полная мощность источников:

$$\dot{S}_H = \dot{E}_A \cdot \dot{I}_A^* + \dot{E}_B \cdot \dot{I}_B^* + \dot{E}_C \cdot \dot{I}_C^* = 380e^{-j60^\circ} \cdot 7.968e^{j20.63^\circ} +$$

$$+ 380e^{-j180^\circ} \cdot 5.536e^{-j241^\circ} + 380e^{j60^\circ} \cdot 5.465e^{j82^\circ} =$$

$$= 5.006 \cdot 10^3 - j5.04 \cdot 10^3 = P_H + jQ_H \text{ BA};$$

Активная мощность потребителей:

$$P_{II} = I_{12}^2 \cdot R + I_B^2 \cdot R + I_{23}^2 \cdot R = 6.328^2 \cdot 50 + 5.536^2 \cdot 50 +$$

$$+ 5.424^2 \cdot 50 = 5.006 \cdot 10^3 \text{ Bm}$$

Реактивная мощность потребителей:

$$Q_{II} = I_A^2 \cdot (-X_C) + I_B^2 \cdot (-X_C) + I_C^2 \cdot (-X_C) + I_1^2 \cdot X_L + I_3^2 \cdot X_L =$$

$$= 7.968^2 \cdot (-60) + 5.536^2 \cdot (-60) + 5.465^2 \cdot (-60) + 3.781^2 \cdot 100 +$$

$$+ 3.142^2 \cdot 100 = -5.04 \cdot 10^3 \text{ var}$$

Равенство мощностей источников и потребителей позволяет судить о правильности произведенных расчетов.

Определяем показание ваттметра:

$$P_W = |\dot{U}_{CA}| \cdot |\dot{I}_B| \cos(U_{CA} \wedge I_B) = 657.4 \cdot 5.536 \cdot \cos(90^\circ - 241^\circ) =$$

$$= -3183 \text{ Bm};$$

где $\dot{U}_{CA} = \sqrt{3} \cdot \dot{E}_C \cdot e^{j30^\circ} = 657.4 \cdot e^{j90^\circ} \text{ B}$ - линейное напряжение.

Для построения векторной диаграммы производим расчет напряжений на пассивных элементах.

$$\dot{U}_{Aa} = \dot{I}_A \cdot (-jX_C) = 479.2 \cdot e^{-j110.63^\circ} \text{ B}$$

$$\dot{U}_{Bn_1} = \dot{I}_B \cdot (R - jX_C) = 432.401 \cdot e^{-j169.249^\circ} \text{ B}$$

$$\dot{U}_{Cc} = \dot{I}_C \cdot (-jX_C) = 327.915 \cdot e^{j7.917^\circ} \text{ B}$$

$$\dot{U}_{12} = \dot{I}_{12} \cdot R = 315.413 \cdot e^{j7.029^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{I}_{23} \cdot R = 271.242 e^{-j48.537^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot jX_L = 378.182 \cdot e^{j18.401^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{U}_3 = \dot{I}_3 \cdot jX_L = 314.293 \cdot e^{j115.395^\circ} \text{ В}$$

Выбираем масштаб токов и напряжений и строим векторную диаграмму (рис. 24.)

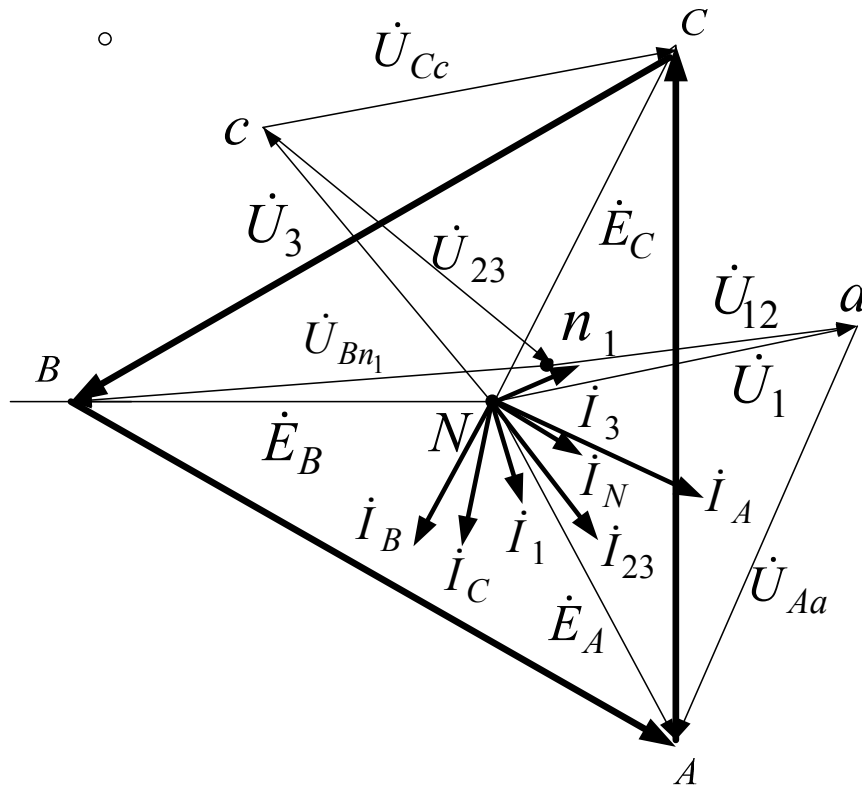


Рис.24. Лучевая диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений для несимметричной трёхфазной цепи

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин и др. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 526 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1996. – 559 с.
3. Сметанина Р.Н., Носов Г.В., Исаев Ю.Н. Теоретические основы электротехники. Часть 1. – Томск: Изд. ТПУ, 2005.– 107 с.
4. Сборник задач и упражнений по ТОЭ/ Под. ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 768 с.

5. Эськов В.Д., Каталевская А.В., Сипайлов А.Г. Теоретические основы электротехники. Часть 1. – Томск: Изд. ТПУ, 2009.– 168 с.
6. Носов Г.В., Кулешова Е.О., Колчанова В.А. Теоретические основы электротехники. Установившийся режим в линейных цепях. – Томск: Изд. ТПУ, 2011.– 215 с.
7. Общая электротехника : рабочая программа, методические указания и индивидуальные домашние задания № 1, №2, № 3 / Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ) ; сост. С. В. Пустынников , С. А. Новиков. — Томск: Изд-во ТПУ, 2010. — 43 с.: ил.. — Библиогр.: с. 43.
http://window.edu.ru/resource/641/75641/files/RGR1_TOE.pdf
8. Курикова Н.В. Русский язык как иностранный: язык электротехники: учебное пособие / Н.В. Курикова, С.В. Пустынников, Е.Б. Шандарова; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. - 128 с.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение.....	с.3
2. Тема №1.Элементы и параметры электрических цепей, основные методы расчета электрических цепей	с.4
3. Тема №2. Расчет цепей с синусоидальными напряжениями и токами.....	с.19
4. Тема №3. Резонанс в цепях синусоидального тока.....	с.27
5. Тема №4. Линейные электрические цепи с взаимной индуктивностью.....	с.32
6. Тема №5. Двухобмоточный трансформатор в линейном режиме....	с.37
7. Тема №6. Электрические цепи с источниками несинусоидальных периодических напряжений и токов.....	с.39
8. Тема №7. Трехфазные цепи.....	с.42
9. Тема №8 Метод симметричных составляющих.....	с.47
10. РГР №1. Расчет линейной цепи постоянного тока.....	с.51
11. РГР №2. Расчет линейной цепи синусоидального тока.....	с.52
12. РГР №3. Расчет линейной электрической цепи с периодическими негармоническими напряжениями и токами.....	с.55
13. РГР №4. Расчет линейной трехфазной цепи.....	с.56
14. Методические указания к выполнению РГР №1	с.60
15. Методические указания к выполнению РГР №2.....	с.68
16. Методические указания к выполнению РГР №3	с.77
17. Методические указания к выполнению РГР №4.....	с.83
18. Список литературы.....	с.90
19. Содержание.....	с.91

Учебное издание

ПУСТЫННИКОВ Сергей Владимирович
СИПАЙЛОВ Андрей Геннадьевич
ШАНДАРОВА Елена Борисовна

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
ЧАСТЬ 1.
РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ
ПОСТОЯННОГО, ОДНОФАЗНОГО,
НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО, ТРЕХФАЗНОГО ТОКА.**

Учебное пособие

Научный редактор *кандидат технических наук,
доцент Г.В.Носов*
Компьютерная верстка *С.В.Пустынников*
Дизайн обложки *И.О. Фамили*


Подписано к печати 05.11.2012. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл.печ.л. 9,01. Уч.-изд.л. 8,16.

Заказ . Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru

